ACTA UNIVERSITATIS LODZIENSIS
FOLIA OECONOMICA 92, 1989

Stanisław Wieteska*

PROPOZYCJA METODY DYSKONTOWANIA PRZYSZŁYCH KOSZTÓW UTRZYMANIA BUDYNKÓW MIESZKALNYCH

1. Wstęp

W procesie eksploatacji budynków mieszkalnych istotne miejsce zajmują przyszłe koszty ich utrzymania. Jak dotychczas, części składowe i terminologia przyszłych kosztów utrzymania nie jest jednoznaczna tak w Polsce jak i w innych krajach. Najogólniej możemy powiedzieć, że przyszłe koszty utrzymania obiektu mieszkalnego obejmują wszystkie wydatki związane z jego technicznym utrzymaniem w całym okresie eksploatacji. Są to więc wydatki ponoszone w różnych momentach okresu eksploatacji obiektu mieszkalnego. Niektórzy autorzy[1] traktują te koszty jako "stałe". Podejście takie jest uproszczone, gdyż wartość tych kosztów jest zmienna w czasie i zróżnicowana w zależności od obiektu mieszkalnego. Dla naszych celów przyjmiemy ciągłość ich występowania w czasie, to znaczy, że są funkcją ciągłą rosnącą. Zadaniem tych kosztów jest - co słusznie dostrzega S. Chojecki[2] - "przywracanie pierwotnej lub prawie pierwotnej wartości technicznej i użytkowej". Zatem przyszłe koszty utrzymania związane są ze stopniem zużycia materialnego i niematerialnego obiektu mieszkalnego. Wielkość tych kosztów jest uzależniona od bardzo wielu czynników, które zasługują na odrębną uwagę. Zatem niezmiernie ważne jest dokładne ich obliczanie, a następnie sprowadzenie

---

* Dr, adiunkt w Zakładzie Ekonomiki Rozwoju Miast UŁ.

[1] J. B o g u s z, B. U c h m a n, Analiza i ocena metod badania efektywności ekonomicznej inwestycji mieszkaniowych stosowanych w Czechosłowacji, Polsce i na Węgrzech, Warszawa 1973.

[2] S. C h o j e c k i, Analiza roli kosztów utrzymania w rachunku finalnym budynku mieszkalnego, Warszawa 1973, s. 52.

ich do porównywalności. Aby zapewnić ich porównywalność i dokładność, w miarę możliwości obliczeniowych, konieczne jest skonstruowanie odpowiedniej formuły dyskonta. Celem artykułu jest przedstawienie dotychczas stosowanych formuł dyskonta, a następnie zaproponowanie innej formuły bardziej adekwatnej do specyfiki kosztów utrzymania budynków mieszkalnych. Specyfika kosztów utrzymania budynków mieszkalnych polega na tym, że ponoszone są one w różnych okresach w całym kilkudziesięcioletnim okresie eksploatacji. Ich struktura jest zróżnicowana i nie zawsze przewidywane koszty utrzymania pokrywają się z rzeczywistością. Stąd konieczne jest dalsze doskonalenie formuły dyskonta kosztów utrzymania, gdyż ma to podstawowe znaczenie przy ocenie ekonomicznej efektywności inwestycji mieszkaniowych i rachunku ekonomicznego w gospodarce zasobami mieszkaniowymi.

2. Dotychczas stosowane formuły rachunku dyskonta przyszłych kosztów utrzymania

Dotychczasowe metody pomiaru przyszłych kosztów utrzymania najczęściej były przedstawione w ramach rachunku ekonomicznej efektywności inwestycji mieszkaniowych, a konkretnie przy obliczaniu tzw. kosztu finalnego. Według metodologii zalecanej przez EKG - ONZ[3] mamy trzy postacie rachunku kosztu finalnego. Pierwsza, zwana "metodą globalnego kosztu rocznego" polega na transformacji wszystkich kosztów łącznie z nakładem początkowym w formie średniej rocznej dla przypuszczalnego okresu eksploatacji. Ma ona postać:

$$R = \frac{J \cdot i \cdot r^n}{100(r^n - 1)} + \frac{J \cdot m}{100} \tag{1.1}$$

gdzie:

R - globalny koszt roczny,

J - nakład początkowy,

i - stopa oprocentowania,

r = 1 + 0,01·i - czynnik oprocentowujący,

---

[3] Cout, Repetition, Entretien - trois aspects de prix de la construction. Commision Economique pour l'Europe Nations Unices, New York 1963.

n - okres użytkowania,
m - stopa przyszłych kosztów wyrażona w odsetkach nakładu początkowego.

Druga forma rachunku określana jako "metoda wartości globalnej zdyskontowanej" wylicza sumę wszystkich nakładów zwaloryzowanych na termin początkowy. Ma ona postać:

$$A = I + \frac{m(r^n - 1)}{i \cdot r^n} I \tag{1.2}$$

gdzie:
A - wartość globalna zdyskontowana,
pozostałe symbole jak przy wzorze (1.1).

Wreszcie trzecia forma pod nazwą "metoda nakładów zakumulowanych" doprowadza do kapitalizacji wszystkich nakładów, łącznie z początkowym, na przewidywany końcowy termin eksploatacji. Ma ona postać:

$$T_n = I\,r^n + I\,\frac{m}{i}\,(r^n - 1) \tag{1.3}$$

gdzie:
T_n - wartość nakładów zakumulowanych,
pozostałe symbole - jak przy wzorze (1.1).

Najwięcej uwagi rachunkowi kosztów finalnych poświęcił w Polsce m. in. W. Srokowski[4], który zaproponował i następnie zastosował następujący wzór:

$$k_f = k_b + k_b \frac{s \cdot t}{100} \cdot \frac{1}{1 + \frac{p \cdot t}{2 \cdot 100}} \tag{1.4}$$

gdzie:
k_f - koszt finalny,
k_b - koszt budowy,
s - stopa remontowa,
t - okres użytkowania,
p - stopa oprocentowania nakładów.

---

[4] W. Srokowski, Wpływ niektórych rodzajów wykończenia na koszt utrzymania i finalny budynku, Warszawa 1964, s. 17-18.

W formule tej - zdaniem autora - wyrażenie $k_b\frac{s \cdot t}{100}$ określa koszty utrzymania budynków w całkowitym okresie t. Z kolei wyrażenie $\frac{1}{1 + \frac{p \cdot t}{2 \cdot 100}}$ oznacza zmniejszenie kosztów, przy czym zmniejsza się je w stosunku odwrotnie proporcjonalnym do wartości czyli do wzrostu wydajności pracy. Srokowski[5] w dalszych badaniach modyfikuje tenże wzór następująco:

$$k_f = k_b + k_u\left(\frac{1}{1 + \frac{p}{100}}\right)^t \tag{1.5}$$

gdzie:
k_u - koszty utrzymania budynków,
pozostałe symbole jak przy wzorze (1.4).

Dokładniejszy wzór spotykamy u Chojeckiego[6]:

$$A = I + K_u\frac{100(r^n - 1)}{n \cdot i \cdot r^n} \tag{1.6}$$

gdzie:
A - pełny koszt w złotych na 1 m^2 powierzchni użytkowej,
I - nakład inwestycyjny,
K_u - suma nominalnych wartości przyszłych kosztów w okresie n lat,
n - okres użytkowania,
i - stopa oprocentowania,
r = $1 + 0{,}01 \cdot i$ - czynnik oprocentowania.

Również u W. Rokickiego[7], przy konstrukcji wskaźnika efektywności elementów budowlanych spotykamy następującą postać kosztu finalnego elementu budynku, a w nim współczynnika dyskonta:

$$K_f = \frac{I + R \cdot a^{\frac{t}{2}}}{A \cdot t} \tag{1.7}$$

[5] W. S r o k o w s k i, Analiza techniczno-ekonomiczna podłóg w budynkach mieszkalnych, "Informacje techniczno-ekonomiczne" 1966, nr 25.

[6] C h o j e c k i, Analiza roli kosztów ....

[7] W. R o k i c k i, Efektywność elementów budowlanych CZSBM, Warszawa 1969, s. 5-6.

gdzie:

I - nakład jednorazowy na wykonanie elementu,

R - nakłady na konserwację i remonty bieżące w całym okresie tworzenia elementu,

t - całkowity okres eksploatacji,

A - jednostka naturalna,

$a^{\frac{t}{2}} = \left(\frac{1}{1 + \frac{p}{100}}\right)^{\frac{t}{2}}$ - współczynnik dyskonta.

Z kolei J. Bogusz i A. Płachcińska[8], przy konstrukcji formuły rachunku ekonomicznej efektywności inwestycji mieszkaniowych proponują następującą formułę kosztu finalnego dla budynku mieszkalnego postaci:

$$k_B^f = I + \sum_{t=0}^{n} a_t K_t \tag{1.8}$$

gdzie:

k_B^f - koszt finalny budynku mieszkalnego,

I - nakłady inwestycyjne potraktowane jako poniesione jednorazowo w chwili oddania budynku do eksploatacji,

t - kolejny rok eksploatacji t = 0, 1, 2 ...,

a_t - współczynnik dyskontujący, obliczony według wzoru $a_t = \left(\frac{1}{1 + r}\right)^t$, gdzie r - stopa dyskontowa,

K_t - koszty utrzymania ponoszone w roku t okresu eksploatacji budynku mieszkalnego, obejmujące koszty napraw i wymiany elementów budynku mieszkalnego, a w przypadku różnic między wariantami pod względem kosztów eksploatacji bieżącej również te koszty.

[8] J. Bogusz, A. Płachcińska, Ocena wartości użytkowej podstawą efektywności ekonomicznej inwestycji. Referat na konferencję naukową np. Optymalizacja wielkości mieszkań i ich wyposażenie, PTE - Oddział Wojewódzki w Krakowie, 1974.

3. Ocena formuł dyskonta przyszłych kosztów utrzymania

Przytoczone formuły dyskonta i obliczenia kosztów utrzymania mają różnorodną postać. Wynika to z różnego podejścia i poglądów autorów do problematyki porównywalności kosztów utrzymania budynków mieszkalnych. Pozytywnym elementem tych wszystkich formuł jest konieczność dyskontowania kosztów utrzymania ponoszonych w różnych okresach czasu.

Generalnie mówi się o dyskontowaniu kosztów utrzymania budynków mieszkalnych, rzadziej o kosztach utrzymania poszczególnych elementów technicznych budynków mieszkalnych. Formuły te - jak widać - zmierzają ex ante do obliczenia przyszłych kosztów utrzymania w całym okresie eksploatacji budynku mieszkalnego. Takie ujęcie jest charakterystyczne przy wykorzystaniu tych formuł w rachunku ekonomicznej efektywności inwestycji mieszkaniowych. Jest to konieczne, zwłaszcza przy wariantowym rozpatrywaniu różnych projektów inwestycji mieszkaniowych. Jednakże z praktyki eksploatacyjnej wiemy, że dokładne obliczenie przyszłych kosztów utrzymania na etapie projektowania nie jest możliwe i otrzymane wyniki mogą się różnić od rzeczywiście poniesionych w przyszłości.

Konieczne jest więc podjęcie próby przekształcenia formuły rachunku dyskonta do postaci, w której uwzględniono by powstanie różnicy między wielkościami przyszłych kosztów utrzymania zdyskontowanymi a rzeczywiście poniesionymi. Jest to skomplikowany problem, ze względu na specyfikę kosztów utrzymania, związanych z tym cen materiałów, robocizny itp. Pomimo tego, podejmijmy próbę choćby teoretycznego rozwiązania tego problemu.

Warto zwrócić uwagę, że przytoczone formuły zakładają stałą stopę oprocentowania w całym okresie eksploatowania budynku mieszkalnego. Tymczasem praktyka wskazuje na konieczność stosowania zróżnicowanych stóp w różnych okresach eksploatacji budynku. Jednak ten problem zasługuje na odrębną uwagę.

4. Propozycja formuły dyskonta kosztów utrzymania budynków mieszkalnych

Aby rozwiązać zasygnalizowany problem konieczne jest zastosowanie elementarnego aparatu rachunku różniczkowego i całkowego. W tym celu rozpatrzmy wzór dyskonta przyszłych kosztów utrzymania. Ma on - jak wiemy - następującą postać:

$$K_t = K_o(1 + r)^t \tag{3.1}$$

gdzie:

K_o - przyszłe koszty utrzymania poniesione w czasie $t = 0$,

K_t - wielkość przyszłych kosztów utrzymania po zdyskontowaniu

$r = \frac{P}{100}$, P - stała stopa oprocentowania.

Z wzoru (3.1) wynika wzór:

$$K_{t+\Delta t} = K_t(1 + r\Delta t)^{\Delta t}$$

Przyjmując dla dostatecznie małych Δt, że $(1 + r\Delta t)^{\Delta t} \approx (1 + r\,\Delta t)$ otrzymamy wzór:

$$K_{t+\Delta t} \neq K_t(1 + r\,\Delta t), \qquad 0 \leqslant r \leqslant 1 \tag{3.2}$$

gdzie:

K_t - przyszłe koszty utrzymania w czasie t,

$K_{t+\Delta t}$ - przyszłe koszty utrzymania w czasie $t + \Delta t$ przy czym Δt jest dowolnie małym przyrostem czasu.

Dokonując dalszych przekształceń matematycznych wzoru (3.2), otrzymamy:

$$K_{t+\Delta t} = K_t + K_t \cdot r \cdot \Delta t$$

czyli

$$\frac{K_{t+\Delta t} - K_t}{\Delta t} = rK_t$$

Formuła ta wyraża pewien przyrost przyszłych kosztów utrzymania w dowolnie małym przyroście czasu. Przechodząc do granicy (przy założeniu, że ta granica istnieje) to jest gdy $\Delta t \longrightarrow 0$ otrzymamy:

$$\lim_{\Delta t \longrightarrow 0} \frac{K_{t+\Delta t} - K_t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \longrightarrow 0} r \cdot K_t$$

czyli:

(3.3) $$\frac{dK_t}{dt} = rK_t \quad \text{lub} \quad \frac{dK_t}{dt} - rK_t = 0$$

Otrzymaliśmy więc równanie różniczkowe pierwszego rzędu o zmiennych rozdzielonych, które rozwiązując dalej otrzymamy:

$$\frac{dK_t}{K_t} = r\,dt$$

Całkując stronami

$$\int \frac{dK_t}{K_t} = \int r\,dt$$

więc

$$\ln K_t = rt + C_1$$

czyli

$$K_t = Ce^{rt}, \quad \text{gdzie} \quad C = e^{C_1}$$

Podstawiając $t = 0$ otrzymamy stałą $C = K_0$

Ostatecznie proponowany wzór przyjmie postać

(3.4) $$K_t = K_0 e^{rt}, \quad 0 \leqslant r < 1$$

Otrzymaliśmy zatem wzór dyskontujący początkową wielkość przyszłych kosztów utrzymania na moment końcowy. Charakterystyczny dla tego wzoru jest fakt, że wzór ten jest identyczny z wzorem stosowanym na tzw. "oprocentowanie ciągłe". W naszym przypadku zastosowanie tego wzoru ma sens, gdyż przyszłe koszty utrzymania powstają - jak na początku założyliśmy - w każdej chwili okresu eksploatacji budynku mieszkalnego.

P r z y k ł a d 1. Przyjmijmy, że $K_0 = 2000$ zł/m^2 p. u. $r = 0{,}08$ $t = 10$ lat. Wykorzystując wzór (4) otrzymamy

$K_t = 2000 \cdot e^{0{,}08 \cdot 10} = 2000 \cdot 2.23 = 4460$ zł/m^2 p. u. Współczynniki dyskontowe e^{rt} są ztablicowane[9] analogicznie jak funkcja $y = e^x$, gdzie $x = rt$.

Warto zauważyć, że

(3.5) $(1 + r)^t \geqslant (1 + r \cdot t)$ dla $r > 0$, $t = 0,1,2 \dots$

Oznacza to, że dyskontując za pomocą wzoru (3.1) powiększamy wagę przyszłych kosztów utrzymania, a dyskontując za pomocą wzoru (3.4) obniżamy ich wagę.

W praktyce wielkości zdyskontowane wyliczone według wzoru (3.4) mogą być różne od wielkości rzeczywistych (empirycznych). Różnice te mogą występować na skutek różnych przyczyn, które wymagają odrębnej analizy. Możemy jednak wielkość zdyskontowaną przedstawić następująco:

(3.6) $$K_{t+\Delta t} = K_t + \Delta K_t = K_t + r\,\Delta t \cdot K_t + \Delta K_t^f$$

gdzie:

ΔK_t - empiryczny przyrost nominalnej wielkości przyszłych kosztów utrzymania,

ΔK_t^f - różnica korygująca wielkość przyszłych kosztów utrzymania zdyskontowanych do rzeczywistych.

Przyjmijmy dalej, że $\Delta K_t^f \neq 0$ i przekształćmy równanie (3.6) następująco:

$$\frac{K_{t+\Delta t} - K_t}{\Delta t} = rK_t + \frac{\Delta K_t^f}{\Delta t}$$

Przechodząc do granicy (zakładając, że ta granica istnieje) otrzymujemy:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{K_{t+\Delta t} - K_t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} rK_t + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta K_t^f}{\Delta t}$$

stąd:

(3.7) $$\frac{dK_t}{dt} - rK_t = \varphi(t)$$

---

[9] Poradnik matematyczny, Warszawa 1980, s. 836-845.

gdzie:

$$\dot{\varphi}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta K_t^f}{\Delta t}$$

Funkcje $\varphi(t)$ będziemy interpretować jako intensywność zmian w wielkości rzeczywistych przyszłych kosztów utrzymania budynków mieszkalnych w porównaniu z wielkościami zdyskontowanymi. Zasługuje ona na oddzielne omówienie. Przyjmijmy dalej, że

$0 < \varphi(t) < \infty$ (dla $-\infty < \varphi(t) < 0$ rozumowanie jest analogiczne).

Łatwo zauważyć, że wzór (3.7) jest równaniem różniczkowym liniowym niejednorodnym. Rozwiązując je otrzymamy:

$$K_t = e^{\int_0^t r dt}\left[C + \int_0^t \varphi(t) e^{-\int_0^t r dt} dt\right]$$

lub

$$K_t = e^{rt}\left[C + \int_0^t \varphi(t) e^{-rt} dt\right]$$

Podstawiając następnie $t = 0$ i przyjmując, że $\varphi(0) = 0$ otrzymamy stałą $C = K_0$

Ostatecznie:

$$K_t = e^{rt}\left[K_0 + \int_0^t \varphi(t) e^{-rt} dt\right] \tag{3.8}$$

Otrzymaliśmy więc ogólny wzór dyskontujący wielkość przyszłych kosztów utrzymania obiektów mieszkalnych na moment końcowy.

P r z y k ł a d 2. Przyjmijmy, że $K_0 = 3000$ zł/m^2 p. u. $r = 0,06$, $t = 15$ lat. Dla uproszczenia rachunku załóżmy, że różnica między wielkością kosztów utrzymania zdyskontowaną a rzeczywistą w dowolnie małym przyroście czasu Δt jest stała i równa się 10 zł/m^2 p. u., czyli $\varphi(t) = 10$. Wykorzystując (8) mamy:

$$K_t = e^{0,06 \cdot 15}\left[3000 + 10\int_0^t e^{-0,06t} dt\right] =$$

$$= 2,46 \cdot [3000 + 10 \cdot 9,83] = 7621,8 \text{ zł/m}^2 \text{ p. u.}$$

Otrzymaliśmy zdyskontowaną początkową wartość kosztów utrzymania w czasie po 15-tu latach eksploatacji budynku mieszkalnego, z uwzględnieniem omawianej różnicy.

Podsumowując możemy powiedzieć, że otrzymaliśmy bardziej precyzyjną konstrukcję wzoru na dyskontowanie przyszłych kosztów utrzymania, która w pewnym stopniu jest bardziej adekwatna do rzeczywistości. Wymaga ona empirycznego zweryfikowania. Jednakże ten problem zasługuje na odrębne opracowanie.