

*Michał Bernard Pietrzak\*, Emilia Elżbieta Rutkowska\*\**

## **ANALIZA CZASU PRZEJAZDU DO CENTRUM MIASTA Z WYKORZYSTANIEM MODELU PRZESTRZENNEGO SAR<sup>1</sup>**

**Streszczenie.** W artykule zakłada się występowanie teoretycznego miasta o nazwie „Warszawa” podzielonego na dzielnice, gdzie badana będzie sytuacja dojazdu mieszkańców do centrum za pomocą dróg miejskich, klasyfikowanych ze względu na cechy charakterystyczne, jako dobra publiczne. Autorzy stawiają hipotezę, że w analizie czasu dojazdu do centrum przy wykorzystaniu dobra publicznego w stanie równowagi występuje efekt zewnętrzny, polegający na wydłużaniu się czasu przejazdu przez dzielnice sąsiadujące. Dla potwierdzenia powyższej hipotezy, zostanie wykorzystany model przestrzenny SAR uwzględniający zależności przestrzenne.

### **1. WPROWADZENIE**

Głównym celem artykułu jest rozpatrzenie zagadnienia efektu zewnętrznego w przypadku korzystania z dóbr publicznych. Autorzy rozważą sytuację dojazdu do centrum w teoretycznym mieście Warszawa, gdzie użytkowane są miejskie drogi publiczne. Badanym procesem będzie średni czas dojazdu do centrum, który posiada własność silnych autozależności przestrzennych. Wydłużenie czasu dojazdu do centrum z dowolnej dzielnicy  $x$  wpływa na wydłużenie czasu dojazdu we wszystkich dzielnicach, których kierowcy w drodze do centrum przejeżdżają przez dzielnicę  $x$ .

Jako model procesu średniego czasu dojazdu do centrum proponowany jest przestrzenny model SAR. Zaproponowana została również alternatywa w postaci modelu regresji, który okazał się niewłaściwy ze względu na brak możliwości opisu zależności przestrzennych.

W ramach realizacji celu głównego artykułu przeprowadzona została symulacja wpływu zmiany średniego dojazdu do centrum w wybranych dzielnicach na równowagę w całym mieście. Analizę symulacyjną podzielono na dwa etapy: w pierwszym etapie pokazano możliwość powstawania efektu zatłoczenia. Równowaga średniego czasu dojazdu do centrum otrzymywana jest w etapie drugim, gdzie następuje niwelacja efektu zatłoczenia w wyniku dostosowania się kierowców do nowych warunków. Nowy stan równowagi zostanie osiągnięty po obniżeniu się całkowitego średniego czasu dojazdów do centrum oraz po pojawieniu się efektu zewnętrznego polegającego na wzroście średniego czasu dojazdu w dzielnicach, gdzie nie było zmiany.

---

\* Dr, Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu.

\*\* Mgr, Katedra Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu.

<sup>1</sup> Druk publikacji został sfinansowany przez Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu w ramach grantu UMK nr 398-E.

## 2. METODOLOGIA

Zgodnie z tym co zostało wspomniane, mieszkańcy dojeżdżają do centrum drogami miejskimi, które stanowią *dobra publiczne*<sup>2</sup> ze względu na swoje cechy charakterystyczne. Aby dane dobro zakwalifikować do dóbr publicznych musi ono posiadać dwie cechy: *niewykluczalność* i *jednoczesność konsumpcji*<sup>3</sup>. Według pierwszej z nich, nie ma możliwości wykluczenia żadnego z konsumentów z korzystania z dobra, jeśli tylko wyraża on taką chęć. Tak jest i w badanym przypadku. Z kolei druga cecha wymaga, aby była możliwość jednoczesnej konsumpcji tej samej jednostki dobra publicznego. W przypadku analizowanej drogi kilku konsumentów może z niej korzystać w tym samym momencie. Oczywiście istnieje niebezpieczeństwo, że pojawi się zbyt duży popyt w stosunku do podaży, który uniemożliwi korzystanie z dobra przez kolejnego konsumenta. Zjawisko takie nazywane jest zatłoczeniem. Nie spowoduje ono jednak zmiany kwalifikacji dobra.

Z *efektem zewnętrznym*<sup>4</sup> mamy natomiast do czynienia, kiedy występujące zdarzenie ma wpływ na osobę lub osoby nie w pełni uczestniczące w podejmowaniu decyzji bezpośrednio lub pośrednio prowadzącej do tego zdarzenia. Stąd, jak w analizowanym przypadku, jeśli mieszkaniec jednej dzielnicy na skutek zmiany warunków dojazdów postanawia skorzystać z dróg w sąsiedniej, mieszkaniec tej właśnie sąsiedniej dzielnicy nie jest w stanie mu tego zabronić, co jednocześnie wpływa na wydłużenie czasu przejazdu przez jego rodzimą dzielnicę, które można traktować jako efekt zewnętrzny. Oznacza to, że proces średniego czasu dojazdu do centrum oraz jego zmiany można wykorzystać do identyfikacji oraz pomiaru siły efektu zewnętrznego.

Autorzy czynią założenie, że średni czas dojazdu charakteryzuje się własnością autokorelacji przestrzennej i do opisu zmienności tego procesu proponują wykorzystanie przestrzennego modelu SAR (Spatial Autoregressive Model)<sup>5</sup>. Taksonomię przestrzennych modeli regresji liniowej dla danych przestrzennych znaleźć można w pracach Anselin [1988], LeSage, Pace [2009] oraz Arbia [2006]. Model SAR jest modelem regresji rozszerzonym o autoregresję przestrzenną. Autoregresja wyrażona jest w modelu poprzez uwzględnienie opóźnień przestrzennych zmiennej objaśnianej. Opóźnienia te stanowią uśredniony wpływ wartości sąsiadujących procesów na proces w danym punkcie przestrzeni. Wpływ regionów sąsiadujących określony jest za pomocą macierzy sąsiedztwa  $W$ , gdzie najczęściej przyjmowaną w analizach jest macierz sąsiedztwa pierwszego rzędu<sup>6</sup>. Autoregresyjny model przestrzenny SAR (spatial autoregressive model)<sup>7</sup> określony jest wzorem:

<sup>2</sup> Teoria dóbr publicznych poruszana jest w pracach Cornes, Sandler [1989], Buchanan [1968], Stiglitz [2005], Jakubowski [2005].

<sup>3</sup> W języku angielskim, cecha ta, to: *rivalry*. Termin ten jest różnie tłumaczony na język polski, a mianowicie: konkurencyjność w konsumpcji, konkurencja, brak rywalizacji, lub niepodzielność dobra. Z tych wszystkich możliwości autorzy wybrali właśnie jednoczesność konsumpcji. Okazuje się bowiem, że pozostałe, ze względu na inne zastosowanie w teorii ekonomii, mogą kojarzyć się z inną kwestią.

<sup>4</sup> Definicja zaczerpnięta z pracy Cornes, Sandler [1989].

<sup>5</sup> Autorzy przyjęli nazwę modelu zgodnie z pracą LeSage, Pace [2009]. Należy podkreślić, że w przypadku modeli przestrzennych kwestia nazewnictwa wymaga uporządkowania. W pracy Anselin [1988], s. 35 model nazywany jest mixed regressive-spatial autoregressive model.

<sup>6</sup> W przypadku macierzy sąsiedztwa pierwszego rzędu, za regiony sąsiadujące uznawane są te, które posiadają wspólną granicę z wybranym regionem. Definicję macierzy sąsiedztwa pierwszego rzędu i wyższych rzędów rozpatrywana jest w pracy LeSage, Pace [2009], s. 8.

$$\begin{aligned}
\mathbf{y} &= q\mathbf{W}\mathbf{y} + \bar{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{X} + \boldsymbol{\varepsilon} \\
(\mathbf{I} - q\mathbf{W})\mathbf{y} &= \bar{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{X} + \boldsymbol{\varepsilon}, \\
\boldsymbol{\varepsilon} &\approx N(0, \delta\mathbf{I})
\end{aligned}
\tag{1}$$

gdzie:  $\mathbf{W}$  jest macierzą sąsiedztwa,  $q$  jest parametrem autoregresji przestrzennej,  $\mathbf{X}$  stanowi macierz zmiennych objaśniających,  $\bar{\boldsymbol{\beta}}$  jest wektorem parametrów przy zmiennych objaśniających,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  jest szumem przestrzennym o wartości oczekiwanej równej zero i odchyleniu standardowym równym  $\delta$ .

Estymacja autoregresyjnego modelu przestrzennego SAR, możliwa jest za pomocą metody największej wiarygodności, gdzie oceny parametrów uzyskiwane są w wyniku maksymalizacji logarytmu funkcji wiarygodności o postaci:

$$\ln L = -(n/2) \ln(\pi\delta^2) + \ln|\mathbf{I} - q\mathbf{W}| - \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{2\delta^2}.
\tag{2}$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - q\mathbf{W}\mathbf{y} - \bar{\boldsymbol{\beta}}\mathbf{X}$$

Po ustaleniu niezbędnych definicji oraz metodologii, w celu przeprowadzenia analizy zakłada się istnienie teoretycznego miasta o nazwie „Warszawa” podzielonego na dzielnice. Autorzy czynią założenie, że mieszkańcy metropolii, podejmując decyzję o wyborze drogi dojazdu do centrum, kierują się jedynie kryterium minimalizacji czasu przejazdu. Dodatkowo zakłada się, że na badany proces średniego czasu dojazdu do centrum wpływ mają dwie zmienne objaśniające w postaci średniego czasu przejazdu przez dzielnicę oraz odległości od centrum. Autorzy stawiają hipotezę, że w analizie czasu dojazdu przy wykorzystaniu dobra publicznego, dzięki występowaniu efektu zewnętrznego, możliwe jest wyrównanie się czasu dojazdu do centrum pomiędzy dzielnicami sąsiadującymi. Innymi słowy następuje przeniesienie części ruchu z najbardziej zatłoczonych dzielnic do tych, w których czas przejazdu jest niższy. Powyższe może oznaczać, że jeśli warunki w dzielnicy pogorszą się na tyle, że wystąpi efekt zatłoczenia, wtedy dzięki efektowi zewnętrznemu, jego skutki mogą zostać znacznie ograniczone.

### 3. DANE

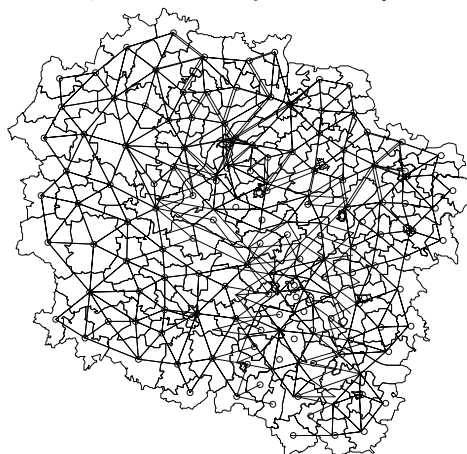
Modelowanie średniego czasu dojazdu do centrum za pomocą autoregresyjnego modelu przestrzennego SAR wymaga ustalenia odpowiedniej macierzy sąsiedztwa oraz zmiennych objaśniających. Na potrzeby symulacji zostały założone dwie macierze sąsiedztwa, które powstały poprzez wybór określonych sąsiadów z macierzy sąsiedztwa pierwszego rzędu. W etapie I analizy utworzono macierz  $\mathbf{W}_1$ , gdzie sąsiadami dla wybranej dzielnicy były tylko te regiony, które znajdowały się na jej drodze do centrum. Natomiast w etapie II utworzono macierz  $\mathbf{W}_2$ , gdzie do sąsiadów ustalonych wcześniej dodano regiony, dla których na drodze do centrum znajdowała się wybrana dzielnica. Na rysunku 1 przedstawiona została macierz sąsiedztwa  $\mathbf{W}_1$  ustalona dla procesu średniego czasu dojazdu do centrum<sup>8</sup>. Autorzy zakładają wpływ na średni czas dojazdu

<sup>7</sup> Specyfikację modelu można znaleźć w pracy LeSage, Pace [2009], s. 16.

<sup>8</sup> Należy zauważyć, że macierz  $\mathbf{W}_2$ , chociaż posiada większą liczbę powiązań, wyglądałaby na rysunku 1 identycznie, ponieważ część powiązań pokrywa się ze sobą.

do centrum dwóch zmiennych objaśniających w postaci średniego czasu przejazdu przez dzielnicę  $X_1$  oraz odległości od centrum  $X_2$ <sup>9</sup>.

**Rys. 1. Macierz sąsiedztwa  $W_1$ <sup>10</sup>**



*Źródło: opracowanie własne.*

Dla teoretycznego miasta „Warszawy” ustalono centrum, do którego zbiegają mieszkańcy. Na rysunku 2 zaznaczono centrum, wraz z punktem centralnym wykorzystanym przy wyznaczaniu macierzy sąsiedztwa  $W_1$  oraz macierzy  $W_2$ .

**Rys. 2. Ustalone centrum miasta**



*Źródło: opracowanie własne.*

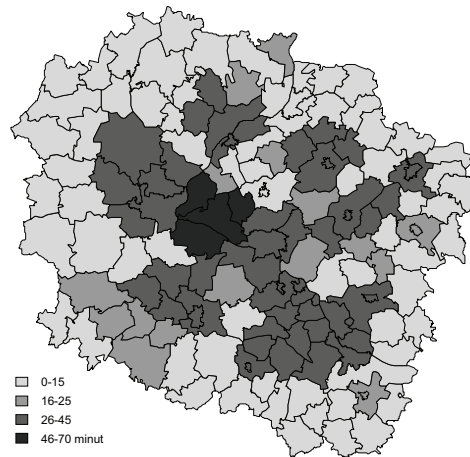
Jak wcześniej wspomniano, jedną ze zmiennych stanowi średni czas przejazdu przez dzielnicę  $X_1$ . Przyjęte przez autorów wartości zostały przedstawione na rysunku 3.

<sup>9</sup> Dla potrzeb prowadzonych analiz, autorzy arbitralnie wyznaczyli wartości zmiennych objaśniających.

<sup>10</sup> Wszystkie obliczenia oraz rysunki wykonane zostały w programie R-CRAN.

Regiony oznaczone kolorem ciemniejszym charakteryzują się dłuższym średnim czasem przejazdu przez dzielnicę.

**Rys. 3 . Średni czas przejazdu przez dzielnicę**

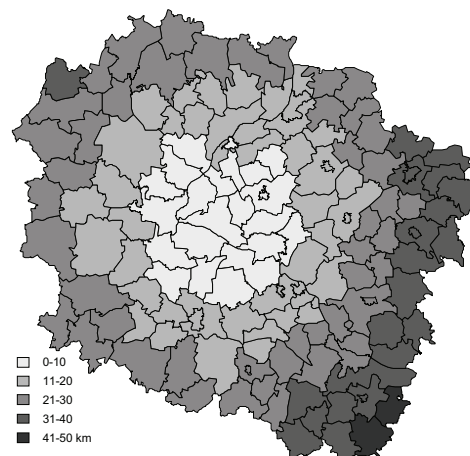


*Źródło: opracowanie własne.*

Z kolei drugą zmienną wpływającą na średni czas przejazdu do centrum stanowi odległość od centrum  $X_1$ .

Ustalone wartości dla tej zmiennej są przedstawione na rysunku 4.

**Rys. 4. Odległość od centrum**



*Źródło: opracowanie własne.*

Na podstawie założonych przyjętych założeń i danych modelowych można przystąpić do analizy przestrzennej, której efektem są wyniki zaprezentowane w kolejnej części opracowania.

#### 4. REZULTATY

Dla celów przeprowadzenia symulacji średniego czasu dojazdu do centrum wykorzystano model SAR, opisany w części metodologia. Autorzy ustalili model w następującej postaci:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= q\mathbf{W}_2\mathbf{y} + \beta_0 + \beta_1X_1 + \beta_2X_2 - q\beta_2\mathbf{W}_2X_2 + \boldsymbol{\varepsilon} \\ (\mathbf{I} - q\mathbf{W}_2)(\mathbf{y} - \beta_2X_2) &= \beta_0 + \beta_1X_1 + \boldsymbol{\varepsilon} \quad , \\ \boldsymbol{\varepsilon} &\approx N(0, \delta\mathbf{I}) \end{aligned} \quad (3)$$

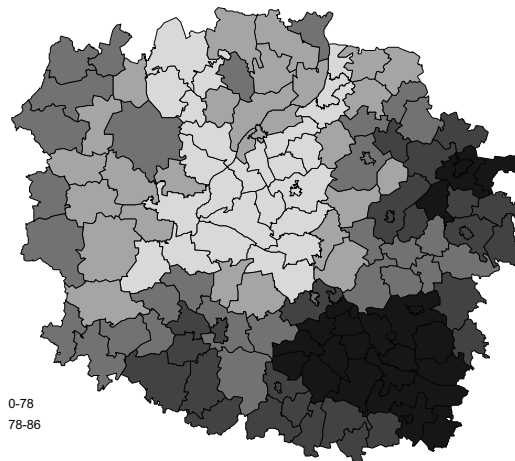
oraz przy założonych wartościach parametrów strukturalnych<sup>11</sup> wynikający z niego model generujący dane

$$Y = \frac{5}{1-0,95} + (I - 0,95W_2)^{-1}0,3X_1 + 1,4X_2 + (I - 0,95W_2)^{-1}\varepsilon \quad , \quad (4)$$

gdzie  $\mathbf{W}_2$  jest macierzą sąsiedztwa,  $q = 0,95$  jest parametrem autoregresji przestrzennej,  $\beta_0 = 5$ ,  $\beta_1 = 0,3$ ,  $\beta_2 = 1,4$  są to parametry strukturalne modelu,  $X_1$  stanowi średni czas przejazdu przez dzielnicę,  $X_2$  jest odległością od centrum, a  $\boldsymbol{\varepsilon}$  jest szumem przestrzennym o wartości oczekiwanej równej zero i odchyleniu standardowym równym  $\delta$ .

Na podstawie założonego modelu określonego wzorem 4 dokonano symulacji średniego czasu dojazdu do centrum, a wyniki przykładowej symulacji zamieszczono na rysunku 5.

Rys. 5. Średni czas dojazdu do centrum



Źródło: opracowanie własne.

Przyjęty model dobrze nadaje się do symulacji średniego czasu dojazdu do centrum, ponieważ pozwala na opis pojawiających się autozależności dla zmiennej objaśnianej.

<sup>11</sup> Na potrzeby symulacji autorzy arbitralnie przyjęli wartości parametrów.

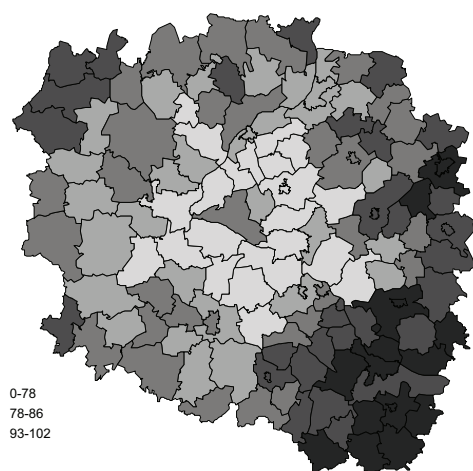
Własność autozależności polega na tym, że zmiana średniego czasu dojazdu do centrum z jednej z dzielnic (najczęściej jego wydłużenie) wpływa na zmianę średniego czasu dojazdu z regionów sąsiadujących. Wyraźnie widoczne jest to w porównaniu z modelem regresji liniowej, gdzie zależności przestrzenne nie podlegają uwzględnieniu. Tablica 1 zawiera wyniki estymacji modelu regresji liniowej na podstawie przykładowej symulacji procesu średniego czasu dojazdu do centrum, przedstawionego na rysunku 5. Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że model regresji przeszacował parametr stojący przy zmiennej  $x_1$  średniego czasu przejazdu przez dzielnicę. Jest to bardzo ważne z punktu widzenia eksploatacji modelu, biorąc pod uwagę możliwość występowania zmian jedynie dla zmiennej  $x_1$ .

**Tab. 1. Estymacja modelu regresji**

Parametry	Oceny	Statystyka t	P-value
$\beta_0$	48.98	17,64	<0.01
$\beta_1$	0,58	6,154442	<0.01
$\beta_2$	1.37	-5,518528	<0.01
$R^2$	0,86		

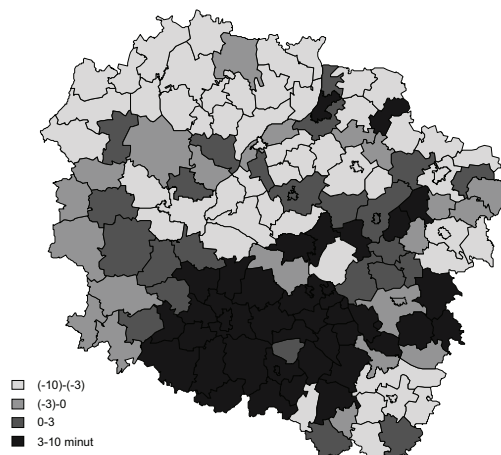
Źródło: opracowanie własne.

**Rys. 6. Wartości teoretyczne średniego czasu dojazdu do centrum dla modelu regresji liniowej**



Źródło: opracowanie własne.

Rys. 7. Reszty dla modelu regresji liniowej



Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie oszacowanego modelu regresji liniowej policzono wartości teoretyczne, które zamieszczono na rysunku 6. Natomiast na rysunku 7 przedstawiono reszty wynikające z modelu regresji liniowej. Widoczne jest skupianie się reszt w grupy dodatnich i ujemnych wartościach. Wyklucza to poprawność modelu, dla którego zakłada się, że prawidłowe reszty są szumem przestrzennym pozbawionym własności autokorelacji. Na podstawie reszt policzono statystykę Morana  $I$ , której istotna statystycznie wartość świadczy o istnieniu dodatniej autokorelacji reszt. Wyniki zamieszczono w tabelicy 2<sup>12</sup>.

Tab. 2. Własność autokorelacji reszt modelu regresji liniowej

$I$	$E(I)$	$VAR(I)$	$(I-E(I))/S(I)$	$P$ -value
0,56	-0,007	0,003	10.632	<0.01

Źródło: opracowanie własne.

Po wykazaniu braku adekwatności stosowania modelu regresji liniowej dla danych charakteryzujących się własnością autokorelacji przestrzennej, rozważona zostanie sytuacja wystąpienia zmiany dla jednej ze zmiennych objaśniających. Autorzy w naturalny sposób zakładają możliwość zmiany w średnim czasie przejazdu przez dzielnicę. Zmiana ta zostanie założona dla dwóch dzielnic. Najpierw rozważony zostanie wpływ zmiany przy wykorzystaniu oszacowanego modelu regresji liniowej. Biorąc pod uwagę zmianę średniego czasu przejazdu w dwóch dzielnicach dokonano symulacji średniego czasu dojazdu do centrum. Przyrosty średniego czasu dojazdu do centrum według modelu regresji liniowej przedstawiono na rysunku 8. Okazuje się, że wpływ zmiany zmiennej objaśnianej na zmienną objaśniającą występuje jedynie w dzielnicach, w których ona wystąpiła. Natomiast brak jest jakichkolwiek zmian średniego czasu dojazdu do centrum

<sup>12</sup> Ponieważ model regresji liniowej estymowany był dla danych z autokorelacją przestrzenną, własność ta musiała pojawić się w resztach modelu. Oczywisty przykład został jednak przedstawiony, by pokazać problematykę związaną z wykorzystaniem modeli regresji liniowej dla danych, gdzie występują przestrzenne zależności.



w pozostałych dzielnicach. Również w tym przypadku widoczna jest słabość modelu regresji, która wynika z braku możliwości uwzględnienia autozależności przestrzennych.

**Rys. 8. Przyrosty średniego czasu dojazdu do centrum według modelu zwykłej regresji<sup>13</sup>**



Źródło: opracowanie własne.

Kolejnym krokiem jest rozpatrzenie wpływu zmiany średniego czasu przejazdu przez dzielnicę na wartości zmiennej objaśnianej z wykorzystaniem przestrzennego modelu SAR. Autorzy sugerują dochodzenie do nowego stanu równowagi w dwóch etapach. W pierwszym etapie następuje zdefiniowany w metodologii efekt zatłoczenia. Natomiast w etapie drugim występuje efekt zewnętrzny, który objawia się wyrównywaniem czasu dojazdu do centrum pomiędzy sąsiadującymi dzielnicami, co z kolei pozwala na osiągnięcie nowego stanu równowagi.

Po wystąpieniu dodatniego przyrostu średniego czasu przejazdu przez dwie dzielnice, następuje nadwyżka popytu na drogi na skutek zmniejszonej podaży i dochodzi do efektu zatłoczenia. Efekt ten, przedstawiony na rysunku 9, oznacza tymczasowy wzrost średniego czasu dojazdu do centrum na skutek zmiany jednej ze zmiennych objaśniających. Dla potrzeb symulacji etapu pierwszego wykorzystano następujący model generujący model:

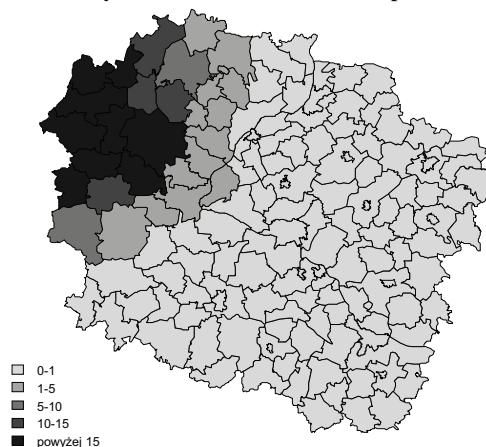
$$Y = \frac{5}{1-0,95} + (\mathbf{I} - 0,95\mathbf{W}_2)^{-1} 0,3X_1^0 + 1,4X_2 + (\mathbf{I} - 0,95\mathbf{W}_1)^{-1} \Delta X_1 + (\mathbf{I} - 0,95\mathbf{W}_2)^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (5)$$

gdzie wydzielić można efekt zatłoczenia w postaci:

$$EZ = (\mathbf{I} - 0,95\mathbf{W}_1)^{-1} \Delta X_1, \quad (6)$$

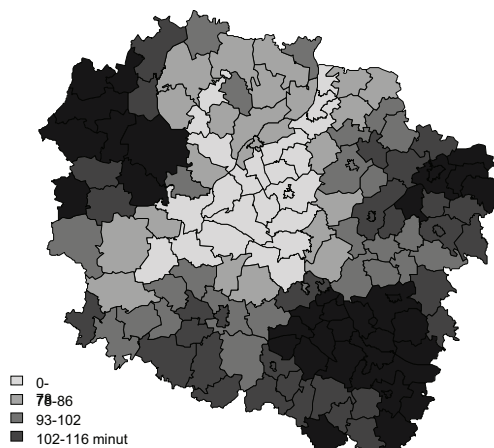
oraz gdzie z zachowaniem już przyjętych oznaczeń  $X_1^0$  stanowi wartość zmiennej  $X_1$  przed zmianą, a  $\Delta X_1$  oznacza wartość przyrostu zmiennej  $X_1$ .

<sup>13</sup> Z rysunku można również odczytać dzielnice, w których wystąpiła zmiana. Są one zaznaczone ciemnym kolorem.

**Rys. 9. Efekt zatłoczenia – etap I**

Źródło: opracowanie własne.

Natomiast na rysunku 10 przedstawiono średni czas dojazdu do centrum z uwzględnieniem efektu zatłoczenia po dodatniej zmianie średniego czasu przejazdu w wybranych, dwóch dzielnicach. Należy zauważyć, że efekt zatłoczenia nie występuje tylko w dwóch dzielnicach, gdzie wystąpiła zmiana, a rozlewa się na inne dzielnice, powodując ich zakorkowanie.

**Rys. 10. Średni czas dojazdu do centrum powstały na skutek efektu zatłoczenia – etap I**

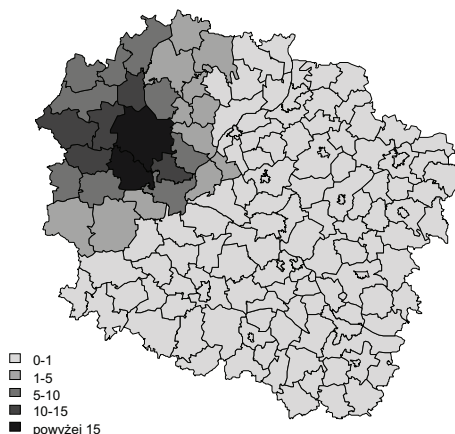
Źródło: opracowanie własne.

Sytuacja w etapie I, przedstawiona na rysunku 10, jest tymczasowa. W momencie, gdy kierowcy nabeżdą odpowiednią wiedzę o pojawieniu się utrudnień, podejmą decyzję o skorzystaniu z dróg sąsiednich dzielnic. Dostosowanie to prowadzi do osiągnięcia nowego stanu równowagi i potraktowane zostanie jako drugi etap zmian średniego czasu dojazdu do centrum. Na potrzeby symulacji sytuacji w etapie II wykorzystany zostanie model przedstawiony poniżej:

$$Y = \frac{5}{1-0,95} + (\mathbf{I} - 0,95\mathbf{W}_2)^{-1} 0,3X_1^1 + 1,4X_2 + (\mathbf{I} - 0,95\mathbf{W}_2)^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (7)$$

gdzie, z zachowaniem już przyjętych oznaczeń:  $X_1^1$  stanowi wartość zmiennej po zmianie.

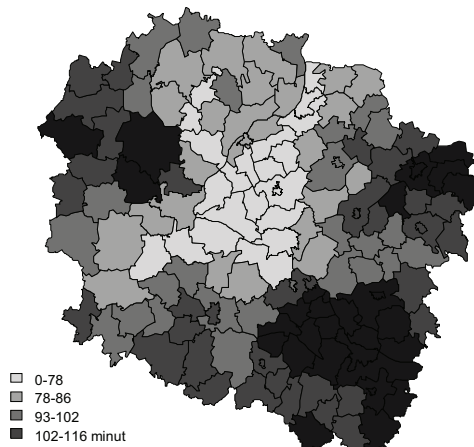
**Rys. 11. Przyrosty średniego czasu dojazdu do centrum wynikające z przejścia od wyjściowego do nowego stanu równowagi - etap II**



Źródło: opracowanie własne.

Całkowita zmiana średniego czasu dojazdu do centrum osiągnięta w nowym stanie równowagi przedstawiona została na rysunku 11. W etapie II następuje wyrównywanie się czasu dojazdu do centrum w dzielnicach sąsiadujących, co jest jednoznaczne z jednej strony z obniżeniem efektu zatłoczenia, a z drugiej strony pojawieniem się efektu zewnętrznego. Natomiast na rysunku 12 przedstawiono średni czas dojazdu do centrum w nowym stanie równowagi.

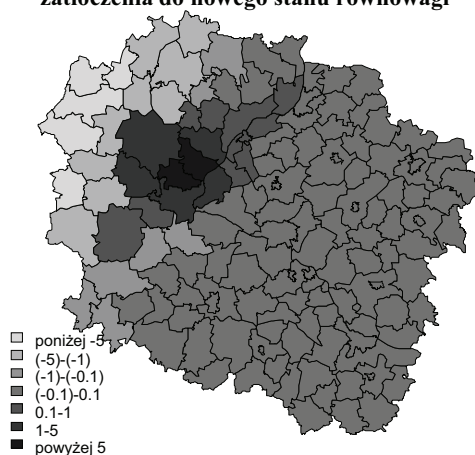
**Rys. 12. Średni czas dojazdu do centrum w nowym stanie równowagi – etap II**



Źródło: opracowanie własne.

W etapie II osiągnięty zostaje nowy stan równowagi, gdzie dodatkowo pojawia się efekt zewnętrzny, zdefiniowany w części metodologia. Rysunek 13 przedstawia przyrosty średniego czasu dojazdu na skutek przejścia od etapu I do etapu II. Zachodzi tu zjawisko wyrównywania się średniego czasu dojazdu do centrum między sąsiadującymi dzielnicami. Wartości dodatnie świadczą o zwiększeniu się średniego czasu potrzebnego na dojazd do centrum, a wartości ujemne jego zmniejszenie.

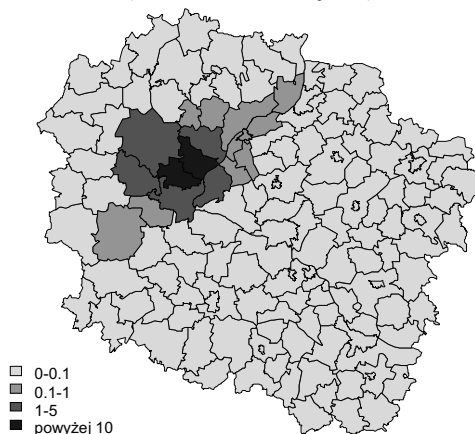
**Rys. 13. Zmiany średniego czasu dojazdu na skutek przejścia od stanu występowania efektu zatłoczenia do nowego stanu równowagi**



Źródło: opracowanie własne.

Pośród zmian przedstawionych na rysunku 13 tylko wartości dodatnie, świadczące o zwiększeniu się średniego czasu dojazdu do centrum, można określić jako efekt zewnętrzny. Efekt ten zaprezentowany został na rysunku 14, gdzie zgodnie ze stawianą przez autorów hipotezą, jest on wynikiem wyrównywania się czasu dojazdu do centrum pomiędzy dzielnicami sąsiadującymi.

**Rys. 14. Efekt zewnętrzny**



Źródło: opracowanie własne.

## 5. WNIOSKI

W artykule rozważono sytuację korzystania z dóbr publicznych w postaci dróg miejskich. Autorzy przedstawili hipotetyczny problem modelowania średniego czasu dojazdu do centrum w mieście. Szczególna uwaga skoncentrowana została na kwestii osiągnięcia nowego stanu równowagi, przy założeniu zmian w zmiennych objaśniających. Przedstawione zostały dwa etapy dochodzenia do stanu równowagi. W etapie pierwszym pokazane zostało niebezpieczeństwo tworzenia się efektu zatłoczenia. Efekt ten w etapie drugim ulega złagodzeniu, dzięki możliwości występowania efektu zewnętrznego.

Na podstawie powyższych rozważań można przypuszczać, iż postawiona przez autorów hipoteza badawcza mówiąca o tym, że w procesie czasu dojazdu do centrum przy wykorzystaniu dobra publicznego w stanie równowagi występuje efekt zewnętrzny, polegający na wydłużaniu się czasu przejazdu przez dzielnice sąsiadujące, jest prawdziwa. Treść artykułu dostarcza niezbędnych narzędzi ilościowych w postaci przestrzennego modelu SAR, pozwalających na jej empiryczną weryfikację.

## LITERATURA

- Anselin L., [1988], *Spatial Econometrics: Method and Models*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands.
- Anselin L., Florax R.J.G.M., Rey S.J. (eds.), [2004], *Advances in Spatial Econometrics. Methodology, Tools and Applications*, Springer-Verlag, Berlin.
- Arbia G., [2006], *Spatial Econometrics*, Springer-Verlag GmbH.
- Bivand R., Pebesma E.J., Gómez-Rubio V., [2008], *Applied Spatial Data Analyses with R*, Springer, New York.
- Buchanan J. M. [1968], *The Demand and Supply of Public Goods*, Rand McNally & Company, Chicago.
- Cornes R., Sandler T. [1989], *The Theory of Externalities, Public Goods, and Club Goods*, Cambridge University Press, Cambridge;
- Cressie N.A.C., [1993], *Statistics for Spatial Data*, John Wiley & Sons, New York.
- Getis A., Mur J., Zoller H. (eds), [2004], *Spatial Econometrics and Spatial Statistics*, Palgrave Macmillan.
- Haining R.P., [2005], *Spatial Data Analysis. Theory and Practice*, Cambridge University Press, 3<sup>rd</sup> ed., Cambridge.
- Jakubowski M., [2005], *Dobra publiczne i wspólne*, [w:] Wiklina J. (red.), *Teoria wyboru publicznego, Wstęp do ekonomicznej analizy polityki i funkcjonowania sfery publicznej*, Wyd. naukowe SCHOLAR, Warszawa.
- LeSage J.P., Pace R.K. (eds.), [2004], *Advances in Econometrics: Spatial and Spatiotemporal Econometrics*, Elsevier, Amsterdam.
- LeSage J.P., Pace R.P., [2009], *Introduction to Spatial Econometrics*, CRC Press.
- Schabenberger O., Gotway C.A., [2005], *Statistical Methods for Spatial Data Analysis*, Texts in Statistical Science, Chapman & Hall/CRC, Taylor & Francis Group, Boca Raton, London.
- Stiglitz J., [2005], *Ekonomia sektora publicznego*, tłum. Zespół pod red. Ryszarda Rapackiego, PWN, s. 149-161, 166-177
- Szulc E., [2007], *Ekonometryczna analiza wielowymiarowych procesów gospodarczych*, Wydawnictwo UMK, Toruń.

**TIME OF ACCESS THE CITY CENTERS WITH THE USE OF SAR SPATIAL MODEL**

This article assumes the existence of a theoretical city, called Warsaw, divided into districts, where one analyze a situation of time needed to travel to downtown with the use of urban roads classified, due to their characteristics, as public goods. The authors pose the hypothesis that while studying traveling time using the public good in equilibrium there exists the external effect which results in the effect of smoothing the traveling time to the center between the neighboring districts. For confirmation of this hypothesis, the spatial model SAR that takes into account the spatial dependence is going to be used.