

## Rozdział 2

# TABLICE TRWANIA ŻYCIA. ANALIZA WPŁYWU ZMIAN UMIERALNOŚCI NA ŚREDNIĄ DŁUGOŚĆ ŻYCIA

*Milena Lange, Agnieszka Rossa*

### 1. Wprowadzenie

Jednym z powodów wzrostu i udziału liczby osób starych w populacji jest wzrost długości trwania życia związany ze spadkiem umieralności. W celu oceny bieżącej lub przyszłej sytuacji w zakresie umieralności i trwania życia, wykorzystuje się taki syntetyczny miernik, jakim jest przeciętne (oczekiwane) dalsze trwanie życia  $e_x$  [Okólski, 2004, s. 76]. Wskaźnik ten definiowany jest jako średnia liczba lat, jaką ma do przeżycia osoba w wieku  $x$ . Jest on wyznaczany zazwyczaj na podstawie danych przekrojowych reprezentujących tzw. generację hipotetyczną, dlatego przy jego szacowaniu przyjmuje się założenie, że w ciągu dalszych lat życia takiej generacji warunki umieralności są zgodne z obserwowanymi na danym obszarze i w danym okresie [por. Kuroпка, 2010, s. 154].

Przeciętne dalsze trwanie życia należy do głównych parametrów tzw. tablicy trwania życia (*life-table*), zwanej również tablicą wymieralności. Parametr ten może być obliczany dla dowolnego wieku  $x$ , ale najczęściej jest wyznaczane tzw. średnie trwanie życia noworodka  $e_0$ . Na ten parametr silny wpływ mają zgony w najmłodszych grupach wieku, stąd też w krajach o wysokiej umieralności niemowląt lub dzieci do 5 roku życia wskaźnik ten przyjmuje relatywnie niskie wartości.

W konkretnych zastosowaniach wykorzystuje się przeciętne dalsze trwanie życia  $e_x$  dla dowolnego  $x \geq 0$ . Przykładowo, z punktu widzenia funkcjonowania systemu emerytalnego istotne są informacje o oczekiwanym czasie trwania życia osób przechodzących na emeryturę, stąd przedmiotem zainteresowania mogą być wartości średniego dalszego trwania życia dla 60- lub 65-latków, tj.  $e_{60}$  lub  $e_{65}$ .

W tym rozdziale przybliżone zostaną ogólne zasady konstrukcji tablic trwania życia. W pierwszej kolejności omówione zostaną zasady konstrukcji kohortowej tablicy wymieralności, w tym wyznaczania  $e_x$ . Następnie przedstawione

zostanie idea budowy tablicy przekrojowej wg zasad przyjętych przez GUS [GUS 2012].

Na bazie tablic trwania życia podstawie przedstawiona zostanie analiza wpływu zmian w natężeniu umieralności na zjawisko wydłużenia średniego dalszego życia.

Rozdział zamyka omówienie wybranych hipotetycznych tablic trwania życia. Ich budowa opiera się na tych samych zasadach, jak tablice tradycyjne, jednakże przyjmuje się tu dodatkowo pewne hipotetyczne założenia dotyczące wartości prawdopodobieństw zgonów  $q_x$  [Rosset, 1979, 133–154]. Rozważymy w szczególności:

- tablice optymalne,
- tablice eliminujące zgony w określonym wieku,
- tablice eliminujące zgony z określonych przyczyn.

## 2. Kohortowa tablica wymieralności

Tablice trwania życia należą do najstarszych nieparametrycznych modeli umieralności, przedstawiających porządek wymierania rzeczywistej lub hipotetycznej generacji. Za ojca tej metodologii uważa się J. Graunta, który w roku 1662, na podstawie rejestrów zgonów z londyńskich parafii, określił porządek wymierania w formie liczb osób dożywających wieku 6, 16, 26, ..., 86 lat. Ponad 30 lat później, w roku 1693, angielski astronom E. Halley skonstruował tablicę wymierania dla mieszkańców Wrocławia, opierając się na wykazie zgonów w pięciu parafiach ewangelickich. Metoda Halleya była stosowana jeszcze przez kolejne dwa wieki. Obecnie tablice trwania życia należą do podstawowych narzędzi analizy demograficznej.

*Kohortowa* tablica trwania życia przedstawia proces wymierania rzeczywistej generacji osób urodzonych w tym samym przedziale czasu kalendarzowego – zwykle roku. Tablica składa się z kilku kolumn, z których pierwsza odnosi się do grup wieku  $[x, x+n)$  dla  $n \geq 1$ , przy czym zazwyczaj przyjmuje się roczne grupy wieku, czyli  $n = 1$ . W przypadku najstarszej grupy przyjmujemy przedział otwarty gdzie  $\omega$  jest umowną wartością graniczną podziału, np. równą 100 lat. Pozostałe kolumny zawierają tablicowe charakterystyki rozkładu czasu życia generacji. Należą do nich m.in.:

$q_x$  – prawdopodobieństwo zgonu w ciągu roku wśród osób w wieku  $x$  ukończonych lat,

$l_x$  – liczba osób danej generacji dożywających wieku  $x$ ,

$d_x$  – liczba zgonów w przedziale wieku  $[x, x+1)$ ,

$e_x$  – średnie dalsze trwanie życia dla osób w wieku  $x$  ukończonych lat.

Przykładowy schemat tablicy trwania życia dla rocznych grup wieku przedstawia tab. 1.

Tab. 1. Schemat tablicy trwania życia – podział na roczne grupy wieku

Początek $x$ przedziału $[x, x+1)$	Liczba zgonów $d_x$ w przedziale wieku $[x, x+1)$	Liczba $l_x$ dożywających wieku $x$ lat	Prawdopodobieństwo $q_x$ zgonu w ciągu roku wśród $x$ -latków	Średnie dalsze trwanie życia $e_x$ $x$ -latków
0	$d_0$	$l_0$	$q_0$	$e_0$
1	$d_1$	$l_1$	$q_1$	$e_1$
2	$d_2$	$l_2$	$q_2$	$e_2$
...	...	...	...	...
$\omega$	$d_\omega$	$l_\omega$	$q_\omega$	$e_\omega$

Źródło: Opracowanie własne.

Poniżej przedstawione zostały definicje najważniejszych, charakterystyk tablicy trwania życia dla rocznych grup wieku, w populacji zamkniętej (przy założeniu braku migracji), w której jedyną przyczyną ubytku liczebnego populacji są zgony [por. Rossa A. 2011, s. 45–57]:

1. Czas ekspozycji  $K_x$  na ryzyko zgonu w przedziale wieku  $[x, x+1)$  lat:

$$K_x = l_{x+1} + d_x a_x, \quad x = 0, 1, \dots, \omega,$$

gdzie  $\omega$  jest ustalonym wiekiem granicznym, natomiast  $a_x$  oznacza średni czas ekspozycji na ryzyko zgonu w przedziale wieku  $[x, x+1)$  dla tych osób, które zmarły w wieku  $x$  ukończonych lat, przy czym przyjmuje się często  $a_x = \frac{1}{2}$ .

2. Fundusz życia  $T_x$  definiowany jako pozostały czas życia dla wszystkich osób dożywających wieku  $x$ :

$$T_x = \sum_{y=x}^{\infty} K_y$$

3. Cząstkowy współczynnik zgonów w grupie wieku  $x$ :

$$m_x = \frac{d_x}{K_x}.$$

4. Prawdopodobieństwo  $q_x$  zgonu w ciągu roku dla osób w wieku  $x$  ukończonych lat:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x}.$$

5. Prawdopodobieństwo  $p_x$  przeżycia jednego roku dla osób w wieku  $x$  ukończonych lat:

$$p_x = 1 - q_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}.$$

6. Średnie dalsze trwanie życia osób w wieku  $x$  ukończonych lat

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}.$$

Zauważymy, że wyznaczenie średniego dalszego trwania życia, o którym mowa w podpunkcie 6, wymaga uprzedniego wyznaczenia kilku innych parametrów tablicowych, spośród wymienionych w podpunktach 1–5.

### 3. Przekrojowa tablica trwania życia

*Przekrojowa* tablica trwania życia jest konstruowana na podstawie danych z rejestracji bieżącej, odnoszących się do ustalonego przedziału czasu kalendarzowego. Ilustruje ona proces wymierania hipotetycznej generacji noworodków o umownej liczebności  $l_0$  (np.  $l_0 = 100\,000$ ), w której intensywność zgonów w poszczególnych przedziałach wieku odzwierciedla natężenie zgonów we wszystkich rzeczywistych generacjach, żyjących na danym obszarze i w danym okresie. Tablicę trwania życia dla takiej hipotetycznej generacji nazywamy przekrojową (bieżącą) tablicą trwania życia.

Konstrukcję tablicy przekrojowej rozpoczyna się od oszacowania prawdopodobieństw zgonu lub częściowych współczynników zgonów. Poniżej przybliżone zostały ogólne zasady budowy takiej tablicy dla rocznych grup wieku, stosowane przez GUS.

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

$L_x(t)$  – liczba osób w wieku  $x$  ukończonych lat na koniec roku  $t$ ,

$U(t)$  – liczba urodzeń w roku  $t$ ,

$Z'_x(t)$  – liczba osób zmarłych w roku  $t$  w wieku  $x$  ukończonych lat spośród urodzonych w roku  $t - x - 1$  (tzw. zgony młodsze),

$Z''_x(t)$  – liczba osób zmarłych w roku  $t$  w wieku  $x$  ukończonych lat spośród urodzonych w roku  $t - x$  (tzw. zgony starsze),

$R_x(t)$  – korekta liczby ludności spowodowana migracjami w roku  $t$  wśród osób urodzonych w roku  $t - x$ ,

$R_{x+1}(t)$  – korekta liczby ludności spowodowana migracjami w roku  $t$  wśród osób urodzonych w roku  $t - x - 1$ .

Wymienione wielkości łączą relacje wyrażone w postaci równań bilansowych

$$L_x(t) = \begin{cases} U(t) - Z_x''(t) - R_x(t), & x = 0, \\ L_{x-1}(t-1) - Z_{x-1}' - Z_x''(t) - R_x(t), & x \geq 1, \end{cases}$$

Stąd otrzymujemy

$$R_x(t) = \begin{cases} U(t) - L_x(t) - Z_x''(t), & x = 0, \\ L_{x-1}(t-1) - L_x(t) - Z_{x-1}'(t) - Z_x''(t), & x \geq 1, \end{cases}$$

Etapy konstrukcji przekrojowej tablicy trwania życia dla rocznych grup wieku wg zasad przyjętych przez GUS streścić można w następujących etapach:

a) Obliczamy prawdopodobieństwa zgonu  $q_x$ ,  $x = 0, 1, \dots, 84$ , korzystając z formuły

$$q_x = 1 - (1 - q_x')(1 - q_x''),$$

gdzie

$$q_x' = \frac{Z_x'(t) + Z_x'(t-1)}{L_x(t-1) - \frac{1}{2}R_{x+1}(t) + L_x(t-2) - \frac{1}{2}R_{x+1}(t-1)},$$

$$q_x'' = \frac{Z_x''(t) + Z_x''(t-1)}{L_x(t) + Z_x''(t) + \frac{1}{2}R_x(t) + L_x(t-1) + Z_x''(t-1) + \frac{1}{2}R_x(t-1)}.$$

b) Prawdopodobieństwa  $q_x$  dla najstarszych grup wieku  $x = 85, 86, \dots, 120$  lat, wyznaczamy poprzez dopasowanie funkcji wielomianowo-wykładniczej do liczb dożywających wieku  $x = 40, 45, \dots, 85$  lat. Wykorzystywany jest do tego celu algorytm optymalizacji nieliniowej Marquardta. Następnie, prawdopodobieństwa  $q_x$  są wyrównywane za pomocą ważonych średnich ruchomych (więcej na ten temat można znaleźć np. w publikacji GUS, 2012).

c) Wyznaczamy prawdopodobieństwa przeżycia  $p_x$

$$p_x = 1 - q_x.$$

d) Określamy liczby  $l_{x+1}$  dożywających do wieku  $x+1$  lat

$$l_{x+1} = l_x p_x,$$

przyjmując początkową, hipotetyczną liczebność  $l_0$  (np.  $l_0 = 100\ 000$ ).

e) Obliczamy liczby zgonów  $d_x$  w grupie osób w wieku  $x$  ukończonych lat

$$d_x = l_x - l_{x+1}.$$

f) Ustalamy czas ekspozycji  $K_x$  na ryzyko zgonu w przedziałach wieku  $[x, x+1)$

$$K_x = l_{x+1} + \gamma_x d_x, \quad x \geq 1.$$

Dla  $x \geq 1$  wartości współczynników  $\gamma_x$  możemy zastąpić ich przybliżeniem  $\gamma_x \approx \frac{1}{2}$ . Wówczas

$$K_x = l_{x+1} + \frac{1}{2} d_x, \quad x \geq 1.$$

Dla  $x=0$  przyjmujemy

$$K_0 = l_0(1 - q_0'').$$

g) Znajdujemy fundusz lat  $T_x$ , tj. pozostały (łączy) czas życia dla osób w wieku  $x$

$$T_x = \sum_{y \leq x} K_y.$$

h) Wyznaczamy średnie dalsze trwanie życia  $e_x$

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}.$$

Ze względu na różnice w natężeniu umieralności kobiet i mężczyzn, tablice trwania życia tworzone są zwykle osobno dla obu płci. Możliwe jest także wprowadzanie dodatkowych kryteriów podziału populacji, np. według miejsca zamieszkania. GUS buduje tablice trwania życia w przekroju miasto-wieś oraz w układzie województw. Rzadziej stosowane są inne kryteria, np. stan zdrowia czy wykształcenie.

#### 4. Analiza wpływu zmian w natężeniu umieralności na zmiany średniego trwania życia

Analiza wpływu umieralności w poszczególnych grupach wieku na zmiany średniego trwania życia nie jest zadaniem prostym. Zmiana poziomu umieralności (stóp zgonów) w zadanej grupie wieku  $x$  wpływa bowiem nie tylko na czas

ekspozycji  $K_x$  dla tej konkretnej grupy, ale także na czas ekspozycji we wszystkich starszych grupach. Zmieniają się bowiem liczby dożywających  $l_y$  dla  $y \geq x$ .

Znane są dwa podstawowe ujęcia związane z dekompozycją wpływu umieralności na średnie trwanie życia: ciągle zaproponowane przez Pollarda (1982) oraz dyskretne podane przez Arriaga (1984). Drugie z nich bezpośrednio nawiązuje do notacji przyjętej dla tablic trwania życia. W ujęciu tym łączny efekt  $\Delta_x$  zmian w średnim trwaniu życia noworodka, spowodowanych różnicami w poziomie umieralności w grupie wieku  $x$  w dwóch porównywanych okresach  $A$  i  $B$  (lub populacjach), wyraża formuła

$$\Delta_x = \frac{l_x^A}{l_0^A} \left( \frac{K_x^B}{l_x^B} - \frac{K_x^A}{l_x^A} \right) + \frac{T_{x+1}^B}{l_0^A} \left( \frac{l_x^A}{l_x^B} - \frac{l_{x+1}^A}{l_{x+1}^B} \right),$$

gdzie  $l_x^A, K_x^A, T_x^A$  oraz  $l_x^B, K_x^B, T_x^B$  oznaczają liczbę dożywających, czas ekspozycji oraz fundusz lat dla osób w grupie wieku  $x$  ukończonych lat, odpowiednio w okresach (lub populacjach)  $A$  i  $B$ . Oznaczmy symbolami  $\Delta_x^1$  oraz  $\Delta_x^2$  pierwszy i drugi składnik podanej sumy, czyli niech

$$\Delta_x^1 = \frac{l_x^A}{l_0^A} \left( \frac{K_x^B}{l_x^B} - \frac{K_x^A}{l_x^A} \right), \quad \Delta_x^2 = \frac{T_{x+1}^B}{l_0^A} \left( \frac{l_x^A}{l_x^B} - \frac{l_{x+1}^A}{l_{x+1}^B} \right).$$

Składnik  $\Delta_x^1$  mierzy bezpośredni efekt wpływu różnic w natężeniu umieralności w grupie wieku  $[x, x+1)$  na różnice średniego trwania życia noworodka w porównywanych okresach (lub populacjach). Drugi składnik  $\Delta_x^2$  przedstawia sumaryczny efekt wpływu zmian umieralności na liczbę osób dożywających zadanego wieku, a co za tym idzie na zmianę czasów ekspozycji.

W przypadku najstarszej grupy wieku, reprezentowanej przez otwarty przedział wieku  $[\omega, \infty)$ , wskaźnik  $\Delta_\omega$  jest obliczany ze wzoru

$$\Delta_\omega = \frac{l_\omega^A}{l_0^A} \left( \frac{K_\omega^B}{l_\omega^B} - \frac{K_\omega^A}{l_\omega^A} \right).$$

Można pokazać, że różnica pomiędzy średnim trwaniem życia noworodka w dwóch porównywanych okresach  $A$  i  $B$  (lub populacjach), tj.  $e_0^B - e_0^A$ , jest równa

$$e_0^B - e_0^A = \sum_{x=0}^{\omega} \Delta_x.$$

Przedstawione formuły dla  $\Delta_x^1$ ,  $\Delta_x^2$  oraz  $\Delta_\omega$  określają wpływ zmian umieralności na średnie trwanie życia noworodka. Analogiczne wzory definiują wpływ zmian umieralności na różnicę  $e_y^B - e_y^A$  dla ustalonego wieku  $y > 0$ . W tym celu liczby  $l_0^A$ ,  $l_0^B$  występujące w podanych wzorach należy zastąpić przez  $l_y^A$ ,  $l_y^B$  oraz przyjąć  $x \geq y$ .

Tablice 2 i 3 przedstawiają wartości  $\Delta_x^1$ ,  $\Delta_x^2$  oraz  $\Delta_x = \Delta_x^1 + \Delta_x^2$ , wyznaczone na podstawie przekrojowych tablic trwania życia dla lat 1900 oraz 2010, odpowiednio dla mężczyzn i kobiet. Ostatnie kolumny obu tablic zawierają udziały procentowe, określające wpływ zmian umieralności w poszczególnych, rocznych grupach wieku na przyrost średniego trwania życia noworodka w obu porównywanych okresach. Wartości podane w ostatnim wierszu każdej z tablic wskazują, iż dla noworodków płci męskiej wzrost średniego trwania życia, wyrażony różnicą  $e_0^{2010} - e_0^{1990}$ , wyniósł 5,9 lat, a dla noworodków płci żeńskiej 5,4 lat. Z analizy danych w ostatniej kolumnie wynika, że największy wkład w obie różnice miały zmiany umieralności w grupie wieku do 1 roku (ok. 19–20%).

Tablice 4 i 5 przedstawiają analogiczne wskaźniki  $\Delta_x^1$ ,  $\Delta_x^2$  i  $\Delta_x = \Delta_x^1 + \Delta_x^2$ , wyznaczone na podstawie przekrojowych tablic trwania życia dla mężczyzn i kobiet, reprezentujące efekty wpływu zmian w poziomie umieralności na wydłużenie średniego dalszego trwania życia 60-latków.

Wartości zamieszczone w ostatnim wierszu tablic 4 i 5 wskazują, że przyrost średniego dalszego trwania życia dla 60-letnich mężczyzn w dwóch porównywanych okresach, wyrażony za pomocą różnicy  $e_{60}^{2010} - e_{60}^{1990}$ , wyniósł 2,9 lat, natomiast w przypadku 60-letnich kobiet ok. 3,5 lat. Na podstawie analizy danych zawartych w ostatnich kolumnach obu tablic możemy dodatkowo stwierdzić, że wpływ zmian w poziomie umieralności na poprawę średniego dalszego trwania życia 60-latków jest różny dla różnych grup. W przypadku mężczyzn wpływ ten maleje z poziomu 4,42% do ok. 0,01% w miarę przesuwania się do starszych grup wieku. W przypadku kobiet analogiczne wielkości początkowo rosną, z ok. 1,91% do wartości 4,43% osiągananej w grupach wieki 73 i 74 ukończonych lat, a następnie maleją do poziomu ok. 0,03%.



Tab. 2. Wartości wskaźników  $\Delta_x^1$ ,  $\Delta_x^2$  oraz  $\Delta_x = \Delta_x^1 + \Delta_x^2$  określone na podstawie tablic trwania życia dla lat 1990 oraz 2010 oraz udziały procentowe zmian umieralności w zmianach  $e_0$  (mężczyźni)

Wiek $x$	Rok 1990					Rok 2010					Obliczenia $\Delta_x$				
	$l_x$	$q_x$	$d_x$	$K_x$	$T_x$	$l_x$	$q_x$	$d_x$	$K_x$	$T_x$	$\Delta_x^1$	$\Delta_x^2$	$\Delta_x$	$\Delta_x \cdot 100 / \sum \Delta_x$	
0	100000	0,02163	2163	98041	6623414	100000	0,00537	537	99533	7210249	0,014920	1,162445	<b>1,177365</b>	<b>20,06</b>	
1	97837	0,00105	103	97786	6525373	99463	0,00036	36	99445	7110716	0,000333	0,047661	<b>0,047994</b>	<b>0,82</b>	
2	97734	0,00075	74	97697	6427588	99427	0,00023	23	99415	7011271	0,000252	0,035734	<b>0,035986</b>	<b>0,61</b>	
3	97660	0,00054	53	97634	6329891	99404	0,00015	15	99396	6911856	0,000181	0,026227	<b>0,026408</b>	<b>0,45</b>	
4	97607	0,00043	42	97586	6232257	99389	0,00012	12	99383	6812459	0,000151	0,020411	<b>0,020562</b>	<b>0,35</b>	
5	97565	0,00037	37	97547	6134671	99377	0,00011	11	99371	6713076	0,000121	0,017439	<b>0,017560</b>	<b>0,30</b>	
6	97528	0,00032	32	97513	6037124	99366	0,00012	12	99360	6613705	0,000091	0,012603	<b>0,012694</b>	<b>0,22</b>	
7	97497	0,00030	29	97482	5939611	99354	0,00012	12	99348	6514345	0,000091	0,011768	<b>0,011859</b>	<b>0,20</b>	
8	97467	0,00031	30	97452	5842129	99342	0,00013	13	99335	6414997	0,000081	0,010965	<b>0,011046</b>	<b>0,19</b>	
9	97437	0,00032	31	97422	5744677	99329	0,00014	13	99322	6315662	0,000081	0,010182	<b>0,010263</b>	<b>0,17</b>	
10	97407	0,00030	29	97392	5647255	99315	0,00014	14	99309	6216340	0,000091	0,010626	<b>0,010717</b>	<b>0,18</b>	
11	97377	0,00030	29	97363	5549863	99302	0,00014	14	99295	6117031	0,000071	0,008662	<b>0,008733</b>	<b>0,15</b>	
12	97348	0,00032	32	97333	5452500	99287	0,00016	15	99280	6017737	0,000081	0,009714	<b>0,009795</b>	<b>0,17</b>	
13	97317	0,00037	36	97299	5355168	99272	0,00019	19	99263	5918457	0,000092	0,010773	<b>0,010865</b>	<b>0,19</b>	
14	97280	0,00043	42	97259	5257869	99253	0,00025	25	99241	5819194	0,000092	0,010086	<b>0,010178</b>	<b>0,17</b>	
15	97238	0,00055	54	97211	5160610	99228	0,00036	35	99210	5719954	0,000094	0,010042	<b>0,010136</b>	<b>0,17</b>	
16	97185	0,00078	76	97147	5063398	99192	0,00049	49	99168	5620744	0,000145	0,016135	<b>0,016280</b>	<b>0,28</b>	
17	97109	0,00108	105	97056	4966252	99144	0,00065	64	99112	5521576	0,000217	0,023157	<b>0,023374</b>	<b>0,40</b>	
18	97004	0,00133	129	96939	4869195	99080	0,0008	79	99040	5422464	0,000258	0,027250	<b>0,027508</b>	<b>0,47</b>	
19	96875	0,00148	143	96803	4772256	99000	0,00093	92	98955	5323424	0,000280	0,028499	<b>0,028778</b>	<b>0,49</b>	
20	96732	0,00155	150	96657	4675453	98909	0,00102	101	98858	5224469	0,000251	0,026572	<b>0,026823</b>	<b>0,46</b>	
21	96582	0,00161	156	96504	4578796	98808	0,00107	106	98755	5125611	0,000262	0,026681	<b>0,026943</b>	<b>0,46</b>	
22	96426	0,00168	162	96345	4482292	98702	0,00108	107	98649	5026856	0,000292	0,028713	<b>0,029005</b>	<b>0,49</b>	
23	96265	0,00174	168	96181	4385947	98596	0,00107	105	98543	4928208	0,000323	0,031632	<b>0,031954</b>	<b>0,54</b>	
24	96097	0,00178	171	96012	4289766	98490	0,00105	104	98438	4829665	0,000343	0,033903	<b>0,034246</b>	<b>0,58</b>	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
25	95926	0,00177	170	95841	4193754	98387	0,00105	103	98335	4731226	0,000343	0,032338	<b>0,032681</b>	<b>0,56</b>
26	95756	0,00178	170	95671	4097913	98283	0,00107	105	98231	4632891	0,000343	0,031269	<b>0,031613</b>	<b>0,54</b>
27	95586	0,00183	174	95499	4002242	98178	0,0011	108	98124	4534661	0,000344	0,031147	<b>0,031492</b>	<b>0,54</b>
28	95412	0,00193	185	95319	3906743	98070	0,00115	113	98014	44336536	0,000385	0,033245	<b>0,033630</b>	<b>0,57</b>
29	95227	0,00210	200	95127	3811423	97957	0,00121	118	97898	4338523	0,000426	0,036967	<b>0,037393</b>	<b>0,64</b>
30	95027	0,00227	216	94919	3716296	97839	0,00128	125	97777	4240624	0,000478	0,040105	<b>0,040583</b>	<b>0,69</b>
31	94811	0,00246	233	94695	3621377	97714	0,00137	134	97647	4142848	0,000510	0,042691	<b>0,043201</b>	<b>0,74</b>
32	94578	0,00264	250	94453	3526682	97580	0,00147	144	97509	4045200	0,000562	0,045134	<b>0,045696</b>	<b>0,78</b>
33	94328	0,00283	267	94195	3432228	97437	0,0016	156	97359	3947692	0,000575	0,045508	<b>0,046082</b>	<b>0,79</b>
34	94062	0,00303	285	93919	3338033	97281	0,00174	169	97196	3850333	0,000608	0,047379	<b>0,047987</b>	<b>0,82</b>
35	93776	0,00327	306	93623	3244114	97112	0,00191	185	97019	3753136	0,000632	0,048039	<b>0,048671</b>	<b>0,83</b>
36	93470	0,00354	331	93304	3150491	96927	0,0021	203	96825	3656117	0,000676	0,049412	<b>0,050088</b>	<b>0,85</b>
37	93139	0,00384	358	92960	3057187	96723	0,00231	223	96612	3559292	0,000721	0,051048	<b>0,051769</b>	<b>0,88</b>
38	92782	0,00416	386	92589	2964227	96500	0,00254	245	96378	3462680	0,000757	0,052963	<b>0,053720</b>	<b>0,92</b>
39	92395	0,00452	417	92187	2871638	96255	0,0028	270	96120	3366302	0,000784	0,053771	<b>0,054556</b>	<b>0,93</b>
40	91978	0,00491	451	91753	2779451	95985	0,00309	297	95837	3270182	0,000832	0,055518	<b>0,056350</b>	<b>0,96</b>
41	91527	0,00535	489	91282	2687699	95689	0,00341	326	95525	3174345	0,000881	0,056895	<b>0,057776</b>	<b>0,98</b>
42	91038	0,00585	533	90771	2596416	95362	0,00376	359	95183	3078820	0,000961	0,059758	<b>0,060719</b>	<b>1,03</b>
43	90505	0,00643	582	90214	2505645	95003	0,00416	395	94806	29883637	0,001033	0,063101	<b>0,064134</b>	<b>1,09</b>
44	89923	0,00707	636	89605	2415431	94609	0,00459	434	94391	2858831	0,001108	0,066036	<b>0,067144</b>	<b>1,14</b>
45	89287	0,00775	692	88941	2325826	94174	0,00508	478	93935	2794440	0,001194	0,068828	<b>0,070022</b>	<b>1,19</b>
46	88595	0,00845	748	88221	2236885	93696	0,00562	527	93432	2700505	0,001244	0,069869	<b>0,071113</b>	<b>1,21</b>
47	87847	0,00917	806	87444	2148663	93169	0,00622	580	92879	2607072	0,001296	0,070365	<b>0,071661</b>	<b>1,22</b>
48	87041	0,00993	864	86609	2061219	92589	0,00688	637	92270	2514193	0,001321	0,069843	<b>0,071164</b>	<b>1,21</b>
49	86177	0,01075	927	85714	1974610	91952	0,00761	699	91602	2421923	0,001350	0,068941	<b>0,070291</b>	<b>1,20</b>
50	85251	0,01167	994	84753	1888896	91252	0,00838	765	90870	2330321	0,001411	0,069373	<b>0,070784</b>	<b>1,21</b>
51	84256	0,01268	1068	83722	1804142	90487	0,00921	834	90070	2239451	0,001457	0,069869	<b>0,071326</b>	<b>1,22</b>
52	83188	0,01379	1147	82614	1720420	89653	0,01009	905	89201	2149381	0,001546	0,071327	<b>0,072873</b>	<b>1,24</b>

Tab. 2 (cd.)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
53	82041	0,01497	1228	81427	1637806	88748	0,01102	978	88259	2060180	0,001620	0,072773	<b>0,074392</b>	<b>1,27</b>
54	80813	0,01622	1311	80157	1556379	87770	0,01199	1052	87244	1971920	0,001717	0,074629	<b>0,076346</b>	<b>1,30</b>
55	79501	0,01756	1396	78803	1476222	86718	0,01299	1127	86155	1884676	0,001819	0,076425	<b>0,078244</b>	<b>1,33</b>
56	78105	0,01900	1484	77363	1397419	85592	0,01404	1202	84991	1798521	0,001936	0,078609	<b>0,080545</b>	<b>1,37</b>
57	76621	0,02057	1576	75833	1320056	84390	0,01514	1277	83751	1713530	0,002078	0,081507	<b>0,083586</b>	<b>1,42</b>
58	75045	0,02226	1671	74209	1244223	83112	0,01628	1353	82436	1629779	0,002256	0,085038	<b>0,087294</b>	<b>1,49</b>
59	73374	0,02405	1765	72491	1170014	81759	0,01749	1430	81044	1547343	0,002413	0,087920	<b>0,090333</b>	<b>1,54</b>
60	71609	0,02590	1854	70682	1097523	80329	0,01875	1507	79576	1466299	0,002557	0,089984	<b>0,092542</b>	<b>1,58</b>
61	69755	0,02778	1938	68786	1026841	78823	0,02009	1584	78031	1386723	0,002681	0,090855	<b>0,093536</b>	<b>1,59</b>
62	67817	0,02976	2018	66808	958055	77239	0,02151	1661	76408	1308693	0,002794	0,091407	<b>0,094201</b>	<b>1,61</b>
63	65798	0,03186	2096	64750	891248	75578	0,02301	1739	74708	1232284	0,002906	0,091110	<b>0,094016</b>	<b>1,60</b>
64	63702	0,03418	2177	62614	826497	73838	0,02461	1817	72930	1157576	0,003046	0,091780	<b>0,094827</b>	<b>1,62</b>
65	61525	0,03676	2261	60394	763884	72021	0,02631	1895	71074	1084646	0,003220	0,092961	<b>0,096181</b>	<b>1,64</b>
66	59263	0,03954	2343	58092	703490	70126	0,02814	1973	69140	1013572	0,003377	0,093626	<b>0,097003</b>	<b>1,65</b>
67	56920	0,04252	2420	55710	645398	68153	0,0301	2051	67128	944433	0,003539	0,093839	<b>0,097379</b>	<b>1,66</b>
68	54500	0,04560	2485	53257	589688	66102	0,03221	2129	65037	877305	0,003649	0,092774	<b>0,096423</b>	<b>1,64</b>
69	52014	0,04879	2538	50746	536431	63973	0,03452	2208	62869	812267	0,003704	0,089998	<b>0,093702</b>	<b>1,60</b>
70	49477	0,05221	2583	48185	485685	61765	0,03703	2287	60621	749399	0,003756	0,086992	<b>0,090748</b>	<b>1,55</b>
71	46893	0,05596	2624	45581	437500	59477	0,03979	2367	58294	688778	0,003793	0,083746	<b>0,087539</b>	<b>1,49</b>
72	44269	0,06028	2669	42935	391919	57111	0,04283	2446	55888	630484	0,003860	0,081148	<b>0,085008</b>	<b>1,45</b>
73	41601	0,06524	2714	40244	348984	54665	0,04619	2525	53402	574596	0,003958	0,079212	<b>0,083170</b>	<b>1,42</b>
74	38887	0,07079	2753	37511	308740	52140	0,04991	2602	50838	521194	0,004049	0,077065	<b>0,081114</b>	<b>1,38</b>
75	36134	0,07697	2781	34744	271229	49537	0,05402	2676	48199	470355	0,004140	0,074685	<b>0,078825</b>	<b>1,34</b>
76	33353	0,08371	2792	31957	236486	46861	0,05856	2744	45489	422156	0,004195	0,071631	<b>0,075826</b>	<b>1,29</b>
77	30561	0,09105	2783	29170	204529	44117	0,06356	2804	42715	376667	0,004198	0,067949	<b>0,072147</b>	<b>1,23</b>
78	27778	0,09916	2755	26401	175359	41313	0,06905	2853	39886	333952	0,004175	0,063898	<b>0,068073</b>	<b>1,16</b>
79	25024	0,10801	2703	23672	148958	38460	0,07505	2886	37017	294066	0,004131	0,059583	<b>0,063714</b>	<b>1,09</b>
80	22321	0,11761	2625	21008	125286	35573	0,08157	2902	34123	257049	0,004032	0,054907	<b>0,058938</b>	<b>1,00</b>

Tab. 2 (cd.)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
81	19696	0,12778	2517	18437	104277	32672	0,08864	2896	31224	222927	0,003861	0,049650	<b>0,053510</b>	<b>0,91</b>
82	17179	0,13786	2368	15995	85840	29776	0,09626	2866	28342	191703	0,003567	0,043341	<b>0,046907</b>	<b>0,80</b>
83	14811	0,14801	2192	13715	69845	26909	0,10446	2811	25504	163361	0,003227	0,036887	<b>0,040113</b>	<b>0,68</b>
84	12619	0,15842	1999	11619	56130	24098	0,11325	2729	22734	137857	0,002857	0,030705	<b>0,033563</b>	<b>0,57</b>
85	10620	0,16828	1787	9726	44511	21369	0,12266	2621	20059	115123	0,002430	0,024614	<b>0,027043</b>	<b>0,46</b>
86	8832	0,18105	1599	8033	34785	18748	0,13271	2488	17504	95065	0,002130	0,020365	<b>0,022494</b>	<b>0,38</b>
87	7233	0,19464	1408	6529	26752	16260	0,14342	2332	15094	77561	0,001853	0,016624	<b>0,018477</b>	<b>0,31</b>
88	5825	0,20908	1218	5216	20223	13928	0,15484	2157	12850	62467	0,001582	0,013316	<b>0,014897</b>	<b>0,25</b>
89	4607	0,22439	1034	4091	15006	11771	0,167	1966	10788	49617	0,001313	0,010436	<b>0,011749</b>	<b>0,20</b>
90	3574	0,24059	860	3144	10916	9805	0,17988	1764	8924	38829	0,001089	0,008083	<b>0,009172</b>	<b>0,16</b>
91	2714	0,25768	699	2364	7772	8042	0,19364	1557	7263	29905	0,000871	0,006048	<b>0,006919</b>	<b>0,12</b>
92	2015	0,27567	555	1737	5408	6484	0,20817	1350	5810	22642	0,000685	0,004484	<b>0,005169</b>	<b>0,09</b>
93	1459	0,29456	430	1244	3671	5135	0,22347	1147	4561	16833	0,000519	0,003196	<b>0,003715</b>	<b>0,06</b>
94	1029	0,31435	324	868	2427	3987	0,23953	955	3510	12272	0,000379	0,002211	<b>0,002590</b>	<b>0,04</b>
95	706	0,33501	236	588	1559	3032	0,25635	777	2644	8762	0,000277	0,001522	<b>0,001798</b>	<b>0,03</b>
96	469	0,35653	167	386	972	2255	0,27392	618	1946	6119	0,000187	0,000981	<b>0,001168</b>	<b>0,02</b>
97	302	0,37886	114	245	586	1637	0,29221	478	1398	4173	0,000129	0,000618	<b>0,000747</b>	<b>0,01</b>
98	188	0,40197	75	150	341	1159	0,3112	361	979	2775	0,000088	0,000393	<b>0,000481</b>	<b>0,01</b>
99	112	0,42580	48	88	191	798	0,33086	264	666	1796	0,000055	0,000232	<b>0,000286</b>	<b>0,00</b>
100	64	0,45029	29	50	103	534	0,35116	188	440	1130	0,000027	0,000126	<b>0,000154</b>	<b>0,00</b>
101	35	1,00000	35	53	53	346	1,00000	346	690	690	—	—	<b>0,000171</b>	<b>0,00</b>
												Razem	<b>5,868369</b>	<b>100,0</b>

Źródło: Opracowanie własne na podstawie tablic trwania życia GUS, www.stat.gov.pl.

Tab. 3. Wartości wskaźników  $\Delta_x^1$ ,  $\Delta_x^2$  oraz  $\Delta_x = \Delta_x^1 + \Delta_x^2$  określone na podstawie tablic trwania życia dla lat 1990 oraz 2010 oraz udziały procentowe zmian umieralności w zmianach  $e_0$  (kobiety)

Wiek $x$	Rok 1990						Rok 2010						Obliczenia $\Delta_x$													
	$l_x$	$q_x$	$d_x$	$K_x$	$T_x$		$l_x$	$q_x$	$d_x$	$K_x$	$T_x$		$\Delta_x^1$	$\Delta_x^2$	$\Delta_x$	$\Delta_x^1$	$\Delta_x^2$	$\Delta_x$	$\Delta_x^1$	$\Delta_x^2$	$\Delta_x$					
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24			
0	100000	0,01697	1697	98488	7523834	100000	0,00452	452	99601	8059425	0,011130	0,995498	<b>1,006628</b>	0,011130	0,995498	<b>1,006628</b>	0,011130	0,995498	<b>1,006628</b>	0,011130	0,995498	<b>1,006628</b>	0,011130	0,995498	<b>1,006628</b>	18,79
1	98303	0,00088	87	98260	7425346	99548	0,00031	31	99533	7959824	0,000282	0,044527	<b>0,044809</b>	0,000282	0,044527	<b>0,044809</b>	0,000282	0,044527	<b>0,044809</b>	0,000282	0,044527	<b>0,044809</b>	0,000282	0,044527	<b>0,044809</b>	0,84
2	98217	0,00058	57	98188	7327086	99518	0,00021	21	99507	7860291	0,000181	0,027525	<b>0,027706</b>	0,000181	0,027525	<b>0,027706</b>	0,000181	0,027525	<b>0,027706</b>	0,000181	0,027525	<b>0,027706</b>	0,000181	0,027525	<b>0,027706</b>	0,52
3	98160	0,00037	36	98142	7228897	99496	0,00015	15	99489	7760784	0,000111	0,016328	<b>0,016439</b>	0,000111	0,016328	<b>0,016439</b>	0,000111	0,016328	<b>0,016439</b>	0,000111	0,016328	<b>0,016439</b>	0,000111	0,016328	<b>0,016439</b>	0,31
4	98124	0,00026	26	98111	7130755	99481	0,00012	12	99476	7661295	0,000081	0,011517	<b>0,011598</b>	0,000081	0,011517	<b>0,011598</b>	0,000081	0,011517	<b>0,011598</b>	0,000081	0,011517	<b>0,011598</b>	0,000081	0,011517	<b>0,011598</b>	0,22
5	98098	0,00023	22	98087	7032644	99470	0,00010	10	99465	7561819	0,000061	0,009107	<b>0,009168</b>	0,000061	0,009107	<b>0,009168</b>	0,000061	0,009107	<b>0,009168</b>	0,000061	0,009107	<b>0,009168</b>	0,000061	0,009107	<b>0,009168</b>	0,17
6	98076	0,00022	21	98065	6934557	99460	0,00010	10	99455	7462354	0,000061	0,008987	<b>0,009048</b>	0,000061	0,008987	<b>0,009048</b>	0,000061	0,008987	<b>0,009048</b>	0,000061	0,008987	<b>0,009048</b>	0,000061	0,008987	<b>0,009048</b>	0,17
7	98054	0,00022	21	98044	6836492	99450	0,00010	10	99445	7362899	0,000051	0,008137	<b>0,008188</b>	0,000051	0,008137	<b>0,008188</b>	0,000051	0,008137	<b>0,008188</b>	0,000051	0,008137	<b>0,008188</b>	0,000051	0,008137	<b>0,008188</b>	0,15
8	98033	0,00022	21	98023	6738448	99440	0,00010	10	99435	7263454	0,000051	0,008028	<b>0,008078</b>	0,000051	0,008028	<b>0,008078</b>	0,000051	0,008028	<b>0,008078</b>	0,000051	0,008028	<b>0,008078</b>	0,000051	0,008028	<b>0,008078</b>	0,15
9	98012	0,00022	22	98001	6640425	99430	0,00010	10	99425	7164019	0,000061	0,007918	<b>0,007978</b>	0,000061	0,007918	<b>0,007978</b>	0,000061	0,007918	<b>0,007978</b>	0,000061	0,007918	<b>0,007978</b>	0,000061	0,007918	<b>0,007978</b>	0,15
10	97991	0,00022	22	97980	6542424	99420	0,00010	10	99415	7064594	0,000061	0,008509	<b>0,008569</b>	0,000061	0,008509	<b>0,008569</b>	0,000061	0,008509	<b>0,008569</b>	0,000061	0,008509	<b>0,008569</b>	0,000061	0,008509	<b>0,008569</b>	0,16
11	97969	0,00022	21	97958	6444444	99410	0,00010	10	99404	6965179	0,000051	0,007017	<b>0,007068</b>	0,000051	0,007017	<b>0,007068</b>	0,000051	0,007017	<b>0,007068</b>	0,000051	0,007017	<b>0,007068</b>	0,000051	0,007017	<b>0,007068</b>	0,13
12	97948	0,00020	20	97938	6346486	99399	0,00011	11	99394	6865774	0,000051	0,006917	<b>0,006968</b>	0,000051	0,006917	<b>0,006968</b>	0,000051	0,006917	<b>0,006968</b>	0,000051	0,006917	<b>0,006968</b>	0,000051	0,006917	<b>0,006968</b>	0,13
13	97927	0,00021	20	97917	6248548	99388	0,00012	12	99382	6766381	0,000041	0,005485	<b>0,005526</b>	0,000041	0,005485	<b>0,005526</b>	0,000041	0,005485	<b>0,005526</b>	0,000041	0,005485	<b>0,005526</b>	0,000041	0,005485	<b>0,005526</b>	0,10
14	97907	0,00024	23	97895	6150631	99376	0,00014	14	99369	6666998	0,000051	0,006086	<b>0,006137</b>	0,000051	0,006086	<b>0,006137</b>	0,000051	0,006086	<b>0,006137</b>	0,000051	0,006086	<b>0,006137</b>	0,000051	0,006086	<b>0,006137</b>	0,11
15	97884	0,00029	29	97869	6052736	99362	0,00017	17	99354	6567629	0,000071	0,008619	<b>0,008690</b>	0,000071	0,008619	<b>0,008690</b>	0,000071	0,008619	<b>0,008690</b>	0,000071	0,008619	<b>0,008690</b>	0,000071	0,008619	<b>0,008690</b>	0,16
16	97855	0,00034	34	97838	5954866	99346	0,00019	19	99336	6468275	0,000072	0,009169	<b>0,009241</b>	0,000072	0,009169	<b>0,009241</b>	0,000072	0,009169	<b>0,009241</b>	0,000072	0,009169	<b>0,009241</b>	0,000072	0,009169	<b>0,009241</b>	0,17
17	97821	0,00037	36	97803	5857028	99326	0,00021	21	99316	6368939	0,000082	0,009671	<b>0,009753</b>	0,000082	0,009671	<b>0,009753</b>	0,000082	0,009671	<b>0,009753</b>	0,000082	0,009671	<b>0,009753</b>	0,000082	0,009671	<b>0,009753</b>	0,18
18	97785	0,00037	36	97767	5759224	99305	0,00023	23	99294	6269623	0,000072	0,008289	<b>0,008360</b>	0,000072	0,008289	<b>0,008360</b>	0,000072	0,008289	<b>0,008360</b>	0,000072	0,008289	<b>0,008360</b>	0,000072	0,008289	<b>0,008360</b>	0,16
19	97750	0,00035	35	97732	5661457	99283	0,00023	23	99271	6170329	0,000062	0,006955	<b>0,007017</b>	0,000062	0,006955	<b>0,007017</b>	0,000062	0,006955	<b>0,007017</b>	0,000062	0,006955	<b>0,007017</b>	0,000062	0,006955	<b>0,007017</b>	0,13
20	97715	0,00036	35	97697	5563725	99259	0,00023	23	99248	6071058	0,000072	0,007437	<b>0,007508</b>	0,000072	0,007437	<b>0,007508</b>	0,000072	0,007437	<b>0,007508</b>	0,000072	0,007437	<b>0,007508</b>	0,000072	0,007437	<b>0,007508</b>	0,14
21	97680	0,00038	37	97662	5466027	99236	0,00022	22	99225	5971810	0,000072	0,009083	<b>0,009155</b>	0,000072	0,009083	<b>0,009155</b>	0,000072	0,009083	<b>0,009155</b>	0,000072	0,009083	<b>0,009155</b>	0,000072	0,009083	<b>0,009155</b>	0,17
22	97643	0,00038	38	97624	5368366	99214	0,00022	22	99203	5872585	0,000082	0,008933	<b>0,009015</b>	0,000082	0,008933	<b>0,009015</b>	0,000082	0,008933	<b>0,009015</b>	0,000082	0,008933	<b>0,009015</b>	0,000082	0,008933	<b>0,009015</b>	0,17
23	97606	0,00038	37	97587	5270741	99192	0,00021	21	99182	5773382	0,000092	0,009919	<b>0,010010</b>	0,000092	0,009919	<b>0,010010</b>	0,000092	0,009919	<b>0,010010</b>	0,000092	0,009919	<b>0,010010</b>	0,000092	0,009919	<b>0,010010</b>	0,19
24	97568	0,00038	37	97550	5173154	99171	0,00022	22	99160	5674200	0,000072	0,008634	<b>0,008706</b>	0,000072	0,008634	<b>0,008706</b>	0,000072	0,008634	<b>0,008706</b>	0,000072	0,008634	<b>0,008706</b>	0,000072	0,008634	<b>0,008706</b>	0,16

Tab. 3 (cd.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
25	97531	0,00041	40	97511	5075605	99149	0,00023	23	99138	5575040	0,000092	0,009598	<b>0,009690</b>	<b>0,18</b>
26	97491	0,00044	43	97470	4978093	99126	0,00025	25	99114	5475902	0,000092	0,010523	<b>0,010615</b>	<b>0,20</b>
27	97448	0,00048	47	97424	4880624	99102	0,00027	27	99088	5376788	0,000102	0,010894	<b>0,010996</b>	<b>0,21</b>
28	97401	0,00052	51	97375	4783199	99075	0,00029	29	99061	5277700	0,000122	0,011759	<b>0,011881</b>	<b>0,22</b>
29	97350	0,00057	55	97322	4685824	99046	0,00031	30	99031	5178640	0,000133	0,013602	<b>0,013734</b>	<b>0,26</b>
30	97294	0,00062	61	97264	4588502	99016	0,00034	33	98999	5079608	0,000133	0,013875	<b>0,014008</b>	<b>0,26</b>
31	97234	0,00069	67	97200	4491238	98983	0,00037	36	98965	4980609	0,000163	0,015123	<b>0,015287</b>	<b>0,29</b>
32	97167	0,00076	73	97130	4394037	98946	0,00041	40	98926	4881645	0,000174	0,016305	<b>0,016479</b>	<b>0,31</b>
33	97094	0,00083	81	97053	4296907	98906	0,00045	45	98884	4782718	0,000194	0,017447	<b>0,017641</b>	<b>0,33</b>
34	97013	0,00092	90	96968	4199854	98861	0,0005	50	98837	4683835	0,000214	0,019450	<b>0,019664</b>	<b>0,37</b>
35	96923	0,00102	99	96873	4102886	98812	0,00056	56	98784	4584998	0,000225	0,020020	<b>0,020245</b>	<b>0,38</b>
36	96824	0,00114	111	96768	4006012	98756	0,00063	62	98725	4486214	0,000256	0,022322	<b>0,022578</b>	<b>0,42</b>
37	96713	0,00128	124	96651	3909244	98694	0,0007	69	98659	4387489	0,000277	0,024520	<b>0,024797</b>	<b>0,46</b>
38	96589	0,00143	138	96520	3812593	98625	0,00078	77	98586	4288830	0,000308	0,026613	<b>0,026921</b>	<b>0,50</b>
39	96451	0,00160	154	96374	3716073	98548	0,00087	86	98505	4190243	0,000349	0,029434	<b>0,029784</b>	<b>0,56</b>
40	96296	0,00178	171	96211	3619699	98462	0,00097	96	98414	4091739	0,000381	0,031305	<b>0,031685</b>	<b>0,59</b>
41	96125	0,00196	188	96031	3523488	98366	0,00109	107	98312	3993325	0,000412	0,032688	<b>0,033100</b>	<b>0,62</b>
42	95937	0,00215	206	95834	3427457	98258	0,00122	120	98198	3895013	0,000444	0,034369	<b>0,034813</b>	<b>0,65</b>
43	95731	0,00234	224	95619	3331623	98138	0,00138	135	98071	3796814	0,000466	0,035217	<b>0,035683</b>	<b>0,67</b>
44	95506	0,00255	244	95385	3236005	98003	0,00155	152	97927	3698744	0,000469	0,034912	<b>0,035382</b>	<b>0,66</b>
45	95263	0,00277	264	95131	3140620	97851	0,00174	171	97766	3600816	0,000492	0,035323	<b>0,035815</b>	<b>0,67</b>
46	94999	0,00300	285	94856	3045489	97681	0,00196	192	97585	3503050	0,000496	0,034328	<b>0,034824</b>	<b>0,65</b>
47	94714	0,00325	308	94560	2950633	97489	0,0022	214	97382	3405465	0,000500	0,034039	<b>0,034539</b>	<b>0,64</b>
48	94406	0,00351	331	94240	2856073	97275	0,00246	239	97155	3308084	0,000495	0,032775	<b>0,033271</b>	<b>0,62</b>
49	94075	0,00380	357	93896	2761832	97036	0,00273	265	96903	3210928	0,000501	0,032529	<b>0,033029</b>	<b>0,62</b>
50	93717	0,00411	385	93525	2667936	96771	0,00303	293	96624	3114025	0,000496	0,031665	<b>0,032162</b>	<b>0,60</b>
51	93332	0,00445	415	93125	2574412	96478	0,00334	322	96317	3017401	0,000512	0,031442	<b>0,031954</b>	<b>0,60</b>
52	92917	0,00483	449	92693	2481287	96156	0,00368	353	95979	2921084	0,000530	0,031236	<b>0,031766</b>	<b>0,59</b>

Tab. 3 (cd.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
53	92469	0,00526	487	92225	2388594	95802	0,00404	387	95609	2825105	0,000577	0,032734	<b>0,033311</b>	<b>0,62</b>
54	91982	0,00577	531	91716	2296369	95416	0,00442	422	95205	2729496	0,000626	0,034439	<b>0,035065</b>	<b>0,65</b>
55	91451	0,00635	581	91161	2204652	94994	0,00484	460	94764	2634291	0,000686	0,037114	<b>0,037800</b>	<b>0,71</b>
56	90870	0,00701	637	90552	2113492	94534	0,00529	500	94284	2539527	0,000777	0,040405	<b>0,041181</b>	<b>0,77</b>
57	90234	0,00774	699	89884	2022940	94034	0,00577	542	93763	2445243	0,000900	0,044997	<b>0,045897</b>	<b>0,86</b>
58	89535	0,00853	764	89153	1933055	93492	0,00628	587	93198	2351480	0,001004	0,049063	<b>0,050068</b>	<b>0,93</b>
59	88771	0,00938	832	88355	1843902	92905	0,00681	633	92588	2258282	0,001131	0,053318	<b>0,054449</b>	<b>1,02</b>
60	87939	0,01028	904	87487	1755547	92272	0,00737	680	91932	2165693	0,001280	0,057731	<b>0,059011</b>	<b>1,10</b>
61	87035	0,01125	979	86545	1668060	91591	0,00796	729	91227	2073762	0,001441	0,062460	<b>0,063901</b>	<b>1,19</b>
62	86056	0,01234	1062	85524	1581515	90862	0,00858	780	90472	1982535	0,001626	0,068106	<b>0,069732</b>	<b>1,30</b>
63	84993	0,01358	1154	84416	1495990	90082	0,00924	832	89666	1892063	0,001845	0,074520	<b>0,076365</b>	<b>1,43</b>
64	83839	0,01502	1260	83209	1411574	89250	0,00994	887	88806	1802397	0,002129	0,082569	<b>0,084698</b>	<b>1,58</b>
65	82580	0,01670	1379	81890	1328365	88363	0,0107	946	87890	1713591	0,002480	0,092039	<b>0,094519</b>	<b>1,76</b>
66	81201	0,01858	1508	80447	1246475	87417	0,01154	1009	86913	1625701	0,002858	0,101819	<b>0,104677</b>	<b>1,95</b>
67	79692	0,02066	1646	78869	1166028	86408	0,01247	1078	85869	1538788	0,003259	0,111136	<b>0,114395</b>	<b>2,14</b>
68	78046	0,02288	1785	77153	1087159	85331	0,01352	1154	84754	1452919	0,003653	0,118572	<b>0,122225</b>	<b>2,28</b>
69	76261	0,02522	1923	75299	1010006	84177	0,01472	1239	83557	1368165	0,004003	0,124006	<b>0,128009</b>	<b>2,39</b>
70	74337	0,02775	2063	73306	934706	82937	0,01611	1336	82269	1284608	0,004323	0,127384	<b>0,131706</b>	<b>2,46</b>
71	72275	0,03052	2206	71172	861400	81601	0,01773	1447	80878	1202339	0,004626	0,129332	<b>0,133959</b>	<b>2,50</b>
72	70069	0,03372	2363	68887	790229	80154	0,01964	1574	79367	1121462	0,004940	0,130897	<b>0,135837</b>	<b>2,54</b>
73	67706	0,03737	2530	66441	721341	78580	0,02189	1720	77720	1042095	0,005240	0,131496	<b>0,136736</b>	<b>2,55</b>
74	65176	0,04152	2706	63822	654900	76860	0,02456	1888	75916	964375	0,005535	0,131068	<b>0,136603</b>	<b>2,55</b>
75	62469	0,04624	2888	61025	591078	74972	0,02771	2077	73933	888459	0,005783	0,129234	<b>0,135016</b>	<b>2,52</b>
76	59581	0,05153	3070	58046	530053	72894	0,03139	2288	71750	814526	0,005999	0,126227	<b>0,132226</b>	<b>2,47</b>
77	56511	0,05751	3250	54886	472007	70606	0,03565	2517	69347	742777	0,006173	0,122193	<b>0,128366</b>	<b>2,40</b>
78	53261	0,06433	3426	51548	417121	68089	0,04052	2759	66709	673429	0,006335	0,117744	<b>0,124079</b>	<b>2,32</b>
79	49835	0,07202	3589	48040	365574	65330	0,04601	3006	63827	606720	0,006485	0,112976	<b>0,119461</b>	<b>2,23</b>
80	46245	0,08060	3727	44382	317534	62324	0,05214	3250	60699	542893	0,006572	0,107376	<b>0,113948</b>	<b>2,13</b>

Tab. 3 (cd.)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
81	42518	0,08991	3823	40607	273152	59074	0,05891	3480	57334	482194	0,006587	0,100747	<b>0,107334</b>	<b>2,00</b>
82	38695	0,09961	3854	36768	232545	55594	0,06631	3686	53751	424860	0,006442	0,092115	<b>0,098557</b>	<b>1,84</b>
83	34841	0,10975	3824	32929	195777	51908	0,07436	3860	49978	371109	0,006166	0,082418	<b>0,088583</b>	<b>1,65</b>
84	31017	0,12045	3736	29149	162848	48048	0,08306	3991	46052	321131	0,005795	0,072405	<b>0,078200</b>	<b>1,46</b>
85	27281	0,13134	3583	25490	133699	44057	0,09246	4073	42020	275079	0,005296	0,061838	<b>0,067135</b>	<b>1,25</b>
86	23698	0,14426	3419	21989	108209	39984	0,1026	4102	37932	233058	0,004928	0,053631	<b>0,058559</b>	<b>1,09</b>
87	20280	0,15818	3208	18676	86220	35881	0,1135	4073	33845	195126	0,004532	0,045962	<b>0,050495</b>	<b>0,94</b>
88	17072	0,17312	2955	15594	67544	31809	0,12526	3984	29816	161281	0,004084	0,038613	<b>0,042697</b>	<b>0,80</b>
89	14116	0,18911	2670	12782	51950	27824	0,13793	3838	25905	131465	0,003604	0,031768	<b>0,035372</b>	<b>0,66</b>
90	11447	0,20618	2360	10267	39169	23986	0,15146	3633	22170	105559	0,003133	0,025656	<b>0,028790</b>	<b>0,54</b>
91	9087	0,22434	2039	8067	28902	20353	0,16616	3382	18662	83389	0,002650	0,020177	<b>0,022828</b>	<b>0,43</b>
92	7048	0,24360	1717	6190	20834	16971	0,1818	3085	15429	64727	0,002176	0,015472	<b>0,017648</b>	<b>0,33</b>
93	5331	0,26395	1407	4628	14645	13886	0,19838	2755	12509	49298	0,001744	0,011546	<b>0,013289</b>	<b>0,25</b>
94	3924	0,28539	1120	3364	10017	11131	0,2159	2403	9930	36790	0,001366	0,008398	<b>0,009764</b>	<b>0,18</b>
95	2804	0,30790	863	2372	6653	8728	0,23434	2045	7705	26860	0,001033	0,005905	<b>0,006938</b>	<b>0,13</b>
96	1941	0,33143	643	1619	4280	6683	0,25369	1695	5835	19155	0,000757	0,004018	<b>0,004775</b>	<b>0,09</b>
97	1298	0,35594	462	1067	2661	4987	0,27392	1366	4304	13320	0,000532	0,002651	<b>0,003183</b>	<b>0,06</b>
98	836	0,38138	319	676	1595	3621	0,29499	1068	3087	9016	0,000367	0,001682	<b>0,002049</b>	<b>0,04</b>
99	517	0,40766	211	412	918	2553	0,31687	809	2148	5929	0,000230	0,001022	<b>0,001252</b>	<b>0,02</b>
100	306	0,43471	133	240	507	1744	0,33949	592	1448	3780	0,000141	0,000590	<b>0,000731</b>	<b>0,01</b>
101	173	1,00000	173	267	267	1152	1,00000	1152	2332	2332	—	—	<b>0,000832</b>	<b>0,02</b>
													<b>Razem</b>	<b>100,0</b>
													<b>5,3559598</b>	

Źródło: Opracowanie własne na podstawie tablic trwania życia GUS, [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl).



Tab. 4. Wartości wskaźników  $\Delta_x^1$ ,  $\Delta_x^2$  oraz  $\Delta_x = \Delta_x^1 + \Delta_x^2$  określone na podstawie tablic trwania życia dla lat 1990 oraz 2010 oraz udziały procentowe zmian umieralności w zmianach  $e_{60}$  (mężczyźni)

Wiek $x$	Rok 1990						Rok 2010						Obliczenia $\Delta_x$				
	$l_x$	$q_x$	$d_x$	$K_x$	$T_x$	$T_x$	$l_x$	$q_x$	$d_x$	$K_x$	$T_x$	$\Delta_x^1$	$\Delta_x^2$	$\Delta_x$	$\Delta_x^*$	$100 / \sum \Delta_x$	
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15			
60	71609	0,02590	1854	70682	1097523	80329	0,01875	1507	79576	1466299	0,003571	0,125661	<b>0,129232</b>	<b>4,42</b>			
61	69755	0,02778	1938	68786	1026841	78823	0,02009	1584	78031	1386723	0,003744	0,126877	<b>0,130621</b>	<b>4,46</b>			
62	67817	0,02976	2018	66808	958055	77239	0,02151	1661	76408	1308693	0,003901	0,127648	<b>0,131549</b>	<b>4,49</b>			
63	65798	0,03186	2096	64750	891248	75578	0,02301	1739	74708	1232284	0,004058	0,127233	<b>0,131290</b>	<b>4,49</b>			
64	63702	0,03418	2177	62614	826497	73838	0,02461	1817	72930	1157576	0,004254	0,128169	<b>0,132423</b>	<b>4,52</b>			
65	61525	0,03676	2261	60394	763884	72021	0,02631	1895	71074	1084646	0,004497	0,129817	<b>0,134314</b>	<b>4,59</b>			
66	59263	0,03954	2343	58092	703490	70126	0,02814	1973	69140	1013572	0,004716	0,130746	<b>0,135462</b>	<b>4,63</b>			
67	56920	0,04252	2420	55710	645398	68153	0,0301	2051	67128	944433	0,004943	0,131044	<b>0,135986</b>	<b>4,65</b>			
68	54500	0,04560	2485	53257	589688	66102	0,03221	2129	65037	877305	0,005096	0,129556	<b>0,134652</b>	<b>4,60</b>			
69	52014	0,04879	2538	50746	536431	63973	0,03452	2208	62869	812267	0,005172	0,125680	<b>0,130852</b>	<b>4,47</b>			
70	49477	0,05221	2583	48185	485685	61765	0,03703	2287	60621	749399	0,005245	0,121482	<b>0,126728</b>	<b>4,33</b>			
71	46893	0,05596	2624	45581	437500	59477	0,03979	2367	58294	688778	0,005297	0,116949	<b>0,122245</b>	<b>4,18</b>			
72	44269	0,06028	2669	42935	391919	57111	0,04283	2446	55888	630484	0,005390	0,113320	<b>0,118711</b>	<b>4,06</b>			
73	41601	0,06524	2714	40244	348984	54665	0,04619	2525	53402	574596	0,005528	0,110617	<b>0,116145</b>	<b>3,97</b>			
74	38887	0,07079	2753	37511	308740	52140	0,04991	2602	50838	521194	0,005655	0,107619	<b>0,113274</b>	<b>3,87</b>			
75	36134	0,07697	2781	34744	271229	49537	0,05402	2676	48199	470355	0,005782	0,104296	<b>0,110077</b>	<b>3,76</b>			
76	33353	0,08371	2792	31957	236486	46861	0,05856	2744	45489	422156	0,005858	0,100031	<b>0,105889</b>	<b>3,62</b>			
77	30561	0,09105	2783	29170	204529	44117	0,06356	2804	42715	376667	0,005862	0,094889	<b>0,100752</b>	<b>3,44</b>			
78	27778	0,09916	2755	26401	175359	41313	0,06905	2853	39886	333952	0,005830	0,089232	<b>0,095062</b>	<b>3,25</b>			
79	25024	0,10801	2703	23672	148958	38460	0,07505	2886	37017	294066	0,005769	0,083206	<b>0,088975</b>	<b>3,04</b>			
80	22321	0,11761	2625	21008	125286	35573	0,08157	2902	34123	257049	0,005630	0,076676	<b>0,082306</b>	<b>2,81</b>			
81	19696	0,12778	2517	18437	104277	32672	0,08864	2896	31224	222927	0,005392	0,069334	<b>0,074726</b>	<b>2,55</b>			
82	17179	0,13786	2368	15995	85840	29776	0,09626	2866	28342	191703	0,004981	0,060524	<b>0,065505</b>	<b>2,24</b>			
83	14811	0,14801	2192	13715	69845	26909	0,10446	2811	25504	163361	0,004506	0,051511	<b>0,056017</b>	<b>1,91</b>			
84	12619	0,15842	1999	11619	56130	24098	0,11325	2729	22734	137857	0,003990	0,042879	<b>0,046869</b>	<b>1,60</b>			

Tab. 4 (cd.)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
85	10620	0,16828	1787	9726	44511	21369	0,12266	2621	20059	115123	0,003393	0,034372	<b>0,037765</b>	<b>1,29</b>
86	8832	0,18105	1599	8033	34785	18748	0,13271	2488	17504	95065	0,002974	0,028439	<b>0,031413</b>	<b>1,07</b>
87	7233	0,19464	1408	6529	26752	16260	0,14342	2332	15094	77561	0,002588	0,023214	<b>0,025802</b>	<b>0,88</b>
88	5825	0,20908	1218	5216	20223	13928	0,15484	2157	12850	62467	0,002209	0,018595	<b>0,020803</b>	<b>0,71</b>
89	4607	0,22439	1034	4091	15006	11771	0,167	1966	10788	49617	0,001833	0,014574	<b>0,016407</b>	<b>0,56</b>
90	3574	0,24059	860	3144	10916	9805	0,17988	1764	8924	38829	0,001520	0,011288	<b>0,012808</b>	<b>0,44</b>
91	2714	0,25768	699	2364	7772	8042	0,19364	1557	7263	29905	0,001216	0,008446	<b>0,009663</b>	<b>0,33</b>
92	2015	0,27567	555	1737	5408	6484	0,20817	1350	5810	22642	0,000957	0,006261	<b>0,007219</b>	<b>0,25</b>
93	1459	0,29456	430	1244	3671	5135	0,22347	1147	4561	16833	0,000725	0,004463	<b>0,005187</b>	<b>0,18</b>
94	1029	0,31435	324	868	2427	3987	0,23953	955	3510	12272	0,000529	0,003088	<b>0,003617</b>	<b>0,12</b>
95	706	0,33501	236	588	1559	3032	0,25635	777	2644	8762	0,000386	0,002125	<b>0,002511</b>	<b>0,09</b>
96	469	0,35653	167	386	972	2255	0,27392	618	1946	6119	0,000262	0,001369	<b>0,001631</b>	<b>0,06</b>
97	302	0,37886	114	245	586	1637	0,29221	478	1398	4173	0,000180	0,000863	<b>0,001043</b>	<b>0,04</b>
98	188	0,40197	75	150	341	1159	0,3112	361	979	2775	0,000123	0,000548	<b>0,000671</b>	<b>0,02</b>
99	112	0,42580	48	88	191	798	0,33086	264	666	1796	0,000076	0,000324	<b>0,000400</b>	<b>0,01</b>
100	64	0,45029	29	50	103	534	0,35116	188	440	1130	0,000038	0,000176	<b>0,000215</b>	<b>0,01</b>
101	35	1,00000	35	53	53	346	1,00000	346	690	690	—	—	<b>0,000238</b>	<b>0,01</b>
													<b>Razem</b>	<b>100,0</b>
													<b>2,927059</b>	

Źródło: Opracowanie własne na podstawie tablic trwania życia GUS, [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl).

Tab. 5. Wartości wskaźników  $\Delta_x^1$ ,  $\Delta_x^2$  oraz  $\Delta_x = \Delta_x^1 + \Delta_x^2$  określone na podstawie tablic trwania życia dla lat 1990 oraz 2010 oraz udziały procentowe zmian umieralności w zmianach  $e_{60}$  (kobiety)

Wiek $x$	Rok 1990					Rok 2010					Obliczenia $\Delta_x$				
	$l_x$	$q_x$	$d_x$	$K_x$	$T_x$	$l_x$	$q_x$	$d_x$	$K_x$	$T_x$	$\Delta_x^1$	$\Delta_x^2$	$\Delta_x$	$\Delta_x * 100 / \sum \Delta_x$	
60	87939	0,01028	904	87487	1755547	92272	0,00737	680	91932	2165693	0,001455	0,065649	<b>0,067104</b>	<b>1,91</b>	
61	87035	0,01125	979	86545	1668060	91591	0,00796	729	91227	2073762	0,001639	0,071027	<b>0,072665</b>	<b>2,07</b>	
62	86056	0,01234	1062	85524	1581515	90862	0,00858	780	90472	1982535	0,001849	0,077447	<b>0,079296</b>	<b>2,26</b>	
63	84993	0,01358	1154	84416	1495990	90082	0,00924	832	89666	1892063	0,002098	0,084740	<b>0,086838</b>	<b>2,48</b>	
64	83839	0,01502	1260	83209	1411574	89250	0,00994	887	88806	1802397	0,002421	0,093894	<b>0,096315</b>	<b>2,75</b>	
65	82580	0,01670	1379	81890	1328365	88363	0,0107	946	87890	1713591	0,002820	0,104663	<b>0,107482</b>	<b>3,06</b>	
66	81201	0,01858	1508	80447	1246475	87417	0,01154	1009	86913	1625701	0,003250	0,115784	<b>0,119034</b>	<b>3,39</b>	
67	79692	0,02066	1646	78869	1166028	86408	0,01247	1078	85869	1538788	0,003706	0,126378	<b>0,130084</b>	<b>3,71</b>	
68	78046	0,02288	1785	77153	1087159	85331	0,01352	1154	84754	1452919	0,004154	0,134835	<b>0,138988</b>	<b>3,96</b>	
69	76261	0,02522	1923	75299	1010006	84177	0,01472	1239	83557	1368165	0,004552	0,141014	<b>0,145566</b>	<b>4,15</b>	
70	74337	0,02775	2063	73306	934706	82937	0,01611	1336	82269	1284608	0,004916	0,144855	<b>0,149770</b>	<b>4,27</b>	
71	72275	0,03052	2206	71172	861400	81601	0,01773	1447	80878	1202339	0,005261	0,147071	<b>0,152331</b>	<b>4,34</b>	
72	70069	0,03372	2363	68887	790229	80154	0,01964	1574	79367	1121462	0,005618	0,148850	<b>0,154468</b>	<b>4,40</b>	
73	67706	0,03737	2530	66441	721341	78580	0,02189	1720	77720	1042095	0,005959	0,149531	<b>0,155490</b>	<b>4,43</b>	
74	65176	0,04152	2706	63822	654900	76860	0,02456	1888	75916	964375	0,006294	0,149044	<b>0,155338</b>	<b>4,43</b>	
75	62469	0,04624	2888	61025	591078	74972	0,02771	2077	73933	888459	0,006576	0,146958	<b>0,153534</b>	<b>4,38</b>	
76	59581	0,05153	3070	58046	530053	72894	0,03139	2288	71750	814526	0,006822	0,143539	<b>0,150361</b>	<b>4,29</b>	
77	56511	0,05751	3250	54886	472007	70606	0,03565	2517	69347	742777	0,007020	0,138952	<b>0,145972</b>	<b>4,16</b>	
78	53261	0,06433	3426	51548	417121	68089	0,04052	2759	66709	673429	0,007204	0,133893	<b>0,141097</b>	<b>4,02</b>	
79	49835	0,07202	3589	48040	365574	65330	0,04601	3006	63827	606720	0,007374	0,128471	<b>0,135845</b>	<b>3,87</b>	
80	46245	0,08060	3727	44382	317534	62324	0,05214	3250	60699	542893	0,007474	0,122103	<b>0,129576</b>	<b>3,69</b>	
81	42518	0,08991	3823	40607	273152	59074	0,05891	3480	57334	482194	0,007490	0,114565	<b>0,122055</b>	<b>3,48</b>	
82	38695	0,09961	3854	36768	232545	55594	0,06631	3686	53751	424860	0,007326	0,104749	<b>0,112075</b>	<b>3,20</b>	
83	34841	0,10975	3824	32929	195777	51908	0,07436	3860	49978	371109	0,007011	0,093721	<b>0,100733</b>	<b>2,87</b>	
84	31017	0,12045	3736	29149	162848	48048	0,08306	3991	46052	321131	0,006590	0,082335	<b>0,088925</b>	<b>2,54</b>	

Tab. 5 (cd.)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
85	27281	0,13134	3583	25490	133699	44057	0,09246	4073	42020	275079	0,006023	0,070320	<b>0,076343</b>	<b>2,18</b>
86	23698	0,14426	3419	21989	108209	39984	0,1026	4102	37932	233058	0,005604	0,060987	<b>0,066591</b>	<b>1,90</b>
87	20280	0,15818	3208	18676	86220	35881	0,1135	4073	33845	195126	0,005154	0,052266	<b>0,057420</b>	<b>1,64</b>
88	17072	0,17312	2955	15594	67544	31809	0,12526	3984	29816	161281	0,004644	0,043909	<b>0,048553</b>	<b>1,38</b>
89	14116	0,18911	2670	12782	51950	27824	0,13793	3838	25905	131465	0,004099	0,036125	<b>0,040224</b>	<b>1,15</b>
90	11447	0,20618	2360	10267	39169	23986	0,15146	3633	22170	105559	0,003563	0,029175	<b>0,032738</b>	<b>0,93</b>
91	9087	0,22434	2039	8067	28902	20353	0,16616	3382	18662	83389	0,003014	0,022945	<b>0,025958</b>	<b>0,74</b>
92	7048	0,24360	1717	6190	20834	16971	0,1818	3085	15429	64727	0,002475	0,017594	<b>0,020069</b>	<b>0,57</b>
93	5331	0,26395	1407	4628	14645	13886	0,19838	2755	12509	49298	0,001983	0,013129	<b>0,015112</b>	<b>0,43</b>
94	3924	0,28539	1120	3364	10017	11131	0,2159	2403	9930	36790	0,001553	0,009549	<b>0,011103</b>	<b>0,32</b>
95	2804	0,30790	863	2372	6653	8728	0,23434	2045	7705	26860	0,001175	0,006715	<b>0,007890</b>	<b>0,22</b>
96	1941	0,33143	643	1619	4280	6683	0,25369	1695	5835	19155	0,000861	0,004569	<b>0,005429</b>	<b>0,15</b>
97	1298	0,35594	462	1067	2661	4987	0,27392	1366	4304	13320	0,000605	0,003014	<b>0,003620</b>	<b>0,10</b>
98	836	0,38138	319	676	1595	3621	0,29499	1068	3087	9016	0,000417	0,001913	<b>0,002330</b>	<b>0,07</b>
99	517	0,40766	211	412	918	2553	0,31687	809	2148	5929	0,000261	0,001163	<b>0,001424</b>	<b>0,04</b>
100	306	0,43471	133	240	507	1744	0,33949	592	1448	3780	0,000160	0,000671	<b>0,000831</b>	<b>0,02</b>
101	173	1,00000	173	267	267	1152	1,00000	1152	2332	2332			<b>0,000946</b>	<b>0,03</b>
													<b>Razem</b>	<b>100,0</b>
													<b>3,5075240</b>	

Źródło: Opracowanie własne na podstawie tablic trwania życia GUS, [www.stat.gov.pl](http://www.stat.gov.pl).

## 5. Tablice hipotetyczne – optymalne tablice Dublina i Lotki

Tablice hipotetyczne konstruuje się w celu oceny wpływu wybranych parametrów rozkładu czasu trwania życia na wartość i zmiany średniego trwania życia. W tablicach tych zakłada się pewne hipotetyczne wartości dla rozważanych parametrów.

Celem tworzenia tablic optymalnych jest określenie najkorzystniejszego w istniejących warunkach, możliwego do osiągnięcia, porządku wymierania generacji [Rosset E. 1979, s. 135]. W skonstruowanej w 1934 roku tablicy Dublina-Lotki [1949] autorzy wybierali dla poszczególnych grup wieku najkorzystniejsze wartości z istniejących empirycznych tablic trwania życia. W okresie, w którym skonstruowano ww. tablicę obliczone na jej podstawie przeciętne dalsze trwanie życia wynosiło 69,9 lat. Większość najkorzystniejszych, a więc najniższych, prawdopodobieństw zgonów w ciągu roku pochodziło z tablic przekrojowych dla Nowej Zelandii, gdzie przeciętne dalsze trwanie życia wynosiło dla kobiet (nie-Maorysek) 68,45 roku (dla lat 1934–38, [Statistics NZ 2012]).

Przyjęcie opisanej powyżej procedury dla obliczenia optymalnego trwania życia prowadzi do wyników zbliżonych do najwyższych wskaźników obserwowanych w krajach o najkorzystniejszym w danym okresie przebiegu procesu umieralności. Gdybyśmy dzisiaj chcieli zbudować tablicę tego typu w pierwszej kolejności powinniśmy zgromadzić aktualne przekrojowe trwania życia poczynając od krajów, w których przeciętne dalsze trwanie życia jest najwyższe. Aby zobrazować metody kalkulacji posłużymy się uproszczonym przykładem. Weźmy pod uwagę tablice trwania życia dla kobiet dla Japonii, Hong Kongu, Francji, Szwajcarii oraz Włoch (Tablica 6), a więc krajów o najwyższych wartościach przeciętnego dalszego trwania życia [ONZ 2012]. Dane, które będziemy analizować pochodzą z krajowych urzędów statystycznych. Prawdopodobieństwa zgonów w ciągu roku, które będziemy wykorzystywać w naszych obliczeniach, odnoszą się do roku 2009 (z wyjątkiem Niemiec, gdzie są średnią dla lat 2008–2010 oraz Szwajcarii dla której pozyskane dane odnoszą się do okresu 1998–2003; w przypadku Francji zostały obliczone na podstawie danych z tablic odnośnie do liczby zgonów w wieku  $x$  lat oraz liczby osób dożywających  $x+1$  lat).

Następnym krokiem jest wybranie najmniejszego prawdopodobieństwa zgonu dla każdej grupy wieku  $x$  lat. Przykładowo, najniższe prawdopodobieństwo zgonu noworodka  $q_0 = 0,00171$  wystąpiło w Hong Kongu. Niższe niż w pozostałych badanych krajach były tam także prawdopodobieństwa zgonów dla innych grup wieku 8–10, 18–23, 41–49, 57–62 oraz 88–99 lat (poszczególne tablice różnią się maksymalnym wiekiem, dla którego podawane są prawdopodobieństwa zgonu: od 100 lat, do 105 w Japonii, 100 w Szwajcarii i 120 we Włoszech). W Japonii było ono niższe niż w pozostałych krajach dla kobiet w grupach wieku 11–17, 50–56 oraz 63–87 lat, zaś we Włoszech dla grup 1–6 i 21–40 lat.

Tab. 6. Prawdopodobieństwo zgonu w ciągu roku dla kobiet  
w wieku 0–50 lat w wybranych krajach w roku 2009

Wiek	Japonia	Hong Kong	Francja	Szwajcaria	Niemcy	Włochy
1	2	3	4	5	6	7
0	0,00213	0,00171	0,00327	0,00417	0,00309	0,00312
1	0,00031	0,00036	0,00027	0,00035	0,00028	0,00019
2	0,00022	0,00029	0,00018	0,00020	0,00016	0,00015
3	0,00015	0,00023	0,00013	0,00016	0,00013	0,00012
4	0,00012	0,00017	0,00010	0,00014	0,00012	0,00009
5	0,00011	0,00013	0,00009	0,00011	0,00009	0,00008
6	0,00010	0,00010	0,00008	0,00010	0,00009	0,00009
7	0,00008	0,00007	0,00007	0,00009	0,00008	0,00009
8	0,00007	0,00006	0,00009	0,00008	0,00007	0,00009
9	0,00007	0,00006	0,00008	0,00008	0,00007	0,00008
10	0,00006	0,00006	0,00007	0,00008	0,00008	0,00008
11	0,00006	0,00007	0,00008	0,00009	0,00009	0,00008
12	0,00007	0,00008	0,00007	0,00010	0,00007	0,00008
13	0,00007	0,00010	0,00010	0,00012	0,00009	0,00009
14	0,00009	0,00012	0,00011	0,00014	0,00011	0,00012
15	0,00011	0,00014	0,00012	0,00018	0,00014	0,00014
16	0,00013	0,00015	0,00016	0,00022	0,00016	0,00016
17	0,00016	0,00017	0,00018	0,00025	0,00018	0,00017
18	0,00019	0,00018	0,00021	0,00028	0,00022	0,00019
19	0,00022	0,00019	0,00022	0,00031	0,00021	0,00020
20	0,00025	0,00019	0,00023	0,00032	0,00022	0,00020
21	0,00028	0,00020	0,00024	0,00032	0,00021	0,00020
22	0,00028	0,00020	0,00023	0,00032	0,00022	0,00020
23	0,00029	0,00020	0,00026	0,00031	0,00023	0,00020
24	0,00030	0,00021	0,00026	0,00031	0,00022	0,00020
25	0,00031	0,00022	0,00026	0,00032	0,00023	0,00019
26	0,00032	0,00023	0,00028	0,00033	0,00026	0,00020
27	0,00033	0,00024	0,00030	0,00034	0,00028	0,00020
28	0,00033	0,00025	0,00032	0,00035	0,00025	0,00022
29	0,00034	0,00027	0,00031	0,00037	0,00027	0,00024
30	0,00036	0,00028	0,00033	0,00039	0,00027	0,00025
31	0,00038	0,00031	0,00036	0,00041	0,00031	0,00026
32	0,00040	0,00033	0,00040	0,00044	0,00034	0,00029
33	0,00043	0,00036	0,00044	0,00047	0,00034	0,00031
34	0,00045	0,00039	0,00052	0,00051	0,00042	0,00034
35	0,00049	0,00042	0,00056	0,00054	0,00043	0,00036
36	0,00053	0,00046	0,00057	0,00059	0,00047	0,00039
37	0,00058	0,00049	0,00066	0,00063	0,00053	0,00044
38	0,00063	0,00053	0,00074	0,00069	0,00058	0,00049
39	0,00068	0,00057	0,00085	0,00074	0,00067	0,00055
40	0,00073	0,00061	0,00091	0,00081	0,00072	0,00060

Tab. 6 (cd.)

1	2	3	4	5	6	7
41	0,00078	0,00066	0,00099	0,00088	0,00082	0,00068
42	0,00085	0,00072	0,00113	0,00096	0,00092	0,00076
43	0,00094	0,00078	0,00124	0,00105	0,00102	0,00084
44	0,00102	0,00086	0,00142	0,00116	0,00116	0,00092
45	0,00110	0,00096	0,00155	0,00127	0,00129	0,00102
46	0,00119	0,00108	0,00163	0,00140	0,00148	0,00111
47	0,00128	0,00121	0,00183	0,00154	0,00169	0,00123
48	0,00139	0,00135	0,00206	0,00170	0,00181	0,00137
49	0,00151	0,00151	0,00222	0,00187	0,00211	0,00157
50	0,00165	0,00167	0,00241	0,00206	0,00228	0,00177

\* średnia dla lat 2008–2010; \*\* 1998–2003

Źródło: [SB Japan; C&SD Hong Kong; SB Deutschland; INSEE; Swiss FSO; ISTAT]

Po wyselekcjonowaniu najniższych prawdopodobieństw zgonów, przechodzimy do obliczenia przeciętnego dalszego trwania życia, otrzymując wartość  $e_0 = 86,64$ , niewiele wyższą od obserwowanej w Japonii, równej 86,44 (por. tab. 7).

Tab. 7. Optymalne przeciętne dalszego trwania życia w wieku  $x$  lat (wybrane wartości) oraz wartości z tablic przekrojowych

Wiek	Optymalne	Japonia	Hong Kong	Francja	Szwajcaria	Niemcy	Włochy
0	86,86	86,44	85,92	80,93	82,82	82,59	84,13
15	73,10	71,75	71,22	66,35	68,30	67,97	69,50
60	29,55	28,46	27,77	24,52	25,24	24,85	26,04
70	20,64	19,61	18,98	16,55	16,70	16,41	17,38
80	12,60	11,68	11,51	9,54	9,26	9,06	9,79
90	6,62	5,86	6,19	4,61	4,30	4,27	4,55
100	3,14	3,01	2,92	bd	2,18	2,15	2,14

Źródło: [SB Japan; C&SD Hong Kong; SB Deutschland; INSEE; Swiss FSO; ISTAT 2012]

## 6. Tablice hipotetyczne – z eliminacją zgonów w określonych grupach wieku

Kolejnym przykładem hipotetycznych tablic trwania życia jest tzw. hipotetyczna tablica trwania życia opracowana przez Jean Bourgeois-Pichat w 1952 roku [Rosset E. 1979, s. 137]. Miała ona wskazać możliwość przedłużania średniej długości życia w granicach praw biologii człowieka. Tablica ta została ona oparta na założeniu, że z biegiem czasu nauka i praktyka medyczna zdołają po-

łożyć kres chorobom, a tym samym i zgonom pochodzenia egzogenicznego, a jednocześnie powstrzymają umieralność z przyczyn endogenicznych. Kalkulacje w takich tablicach opierają się na zasadzie eliminacji zgonów, a więc pokażemy je na przykładzie właśnie tej kategorii tablic.

Tablice eliminujące zgony w określonym wieku opierają się na założeniu nieistnienia zgonów w młodszych grupach wieku [Rosset E. 1979, s. 140]. Koncepcję takich rachunków przedstawił żyjący w XVIII wieku Daniel Bernoulli i były one kontynuowane m.in. w wieku XX. Skoro założeniem jest całkowita eliminacja zgonów do określonego wieku, to do naszych kalkulacji musimy w miejsce występującego prawdopodobieństwa zgonu dla osoby w wieku  $x$  lat przyjąć prawdopodobieństwo równe 0. Dalsze kalkulacje przeciętnego dalszego trwania życia przebiegają zgodnie z zaprezentowanym modelem.

Prześledźmy wpływ wyeliminowania zgonów w wieku 0 lat, a także dla grup wieku do  $x$ -tego roku życia, przyjmując kolejno  $x = 10, 20, 30, 40, 50$  lat. Do naszych kalkulacji wykorzystamy tablice trwania życia dla Polski dla roku 2011 [GUS 2012]. Po wstawieniu dla wybranych grup wieku wartości 0 w miejsce rzeczywistych prawdopodobieństw  $q_x$ , możemy wyznaczyć hipotetyczne wartości przeciętnego dalszego trwania życia (tablica 8).

W roku 2011 przeciętne dalsze trwanie życia noworodka płci męskiej ( $e_0$ ) wynosiło 72,44 roku. W przypadku eliminacji zgonów przed upływem pierwszego, roku życia uległoby ono wydłużeniu do 72,8 roku. Eliminacja zgonów w ciągu pierwszych dziesięciu lat życia skutkowałaby wydłużeniem tego parametru tylko do 72,9 roku. W przypadku braku zgonów do 30-tego roku życia wartość omawianego wskaźnika wzrosłaby o rok w porównaniu z sytuacją w roku 2011.

Powodem relatywnie niewielkich efektów eliminacji zgonów w młodszych grupach wieku na wartość przeciętnego dalszego trwania życia są bardzo niskie prawdopodobieństwa zgonów w tych grupach. W krajach o niskim przeciętnym dalszym trwaniu życia eliminacja zgonów wśród najmłodszych skutkuje wyraźnym wydłużeniem omawianego wskaźnika<sup>1</sup>.

Należy zauważyć, że eliminacja zgonów w pierwszych  $k$ -latach życia pozostaje bez wpływu na parametry przeciętnego dalszego trwania życia dla wskaźnika  $e_{x+k}$ . Dzieje się tak, gdyż na badany parametr wpływ ma jedynie umieralność w grupach wieku  $x+k$  lat i więcej.

---

<sup>1</sup> Przykładowo, podstawiając do polskich tablic trwania życia dla roku 2011 w miejsce rzeczywistego parametru  $q_0$  wartość 0,15, zbliżoną do najwyższej umieralności niemowląt jaka obecnie ma miejsce w Afganistanie [WHO 2012], przeciętna długość trwania życia uległaby skróceniu do 62 lat, a więc o ponad 10 lat.



Tab. 8. Hipotetyczne przeciętne dalsze trwanie życia  $e_0$  noworodka płci męskiej w Polsce w roku 2011 przy założeniu eliminacji zgonów w wybranych grupach wieku

Eliminacja zgonów w grupach wieku	0	0–5	0–10
Hipotetyczna wartość $e_0$	72,8	72,87	72,92
Eliminacja zgonów w grupach wieku	0–20	0–30	0–40
Hipotetyczna wartość $e_0$	73,19	73,72	74,51
Eliminacja zgonów w grupach wieku	50–59	60–69	70–79
Hipotetyczna wartość $e_0$	74,87	74,54	75,55

Źródło: [GUS 2012].

Założenie zerowych prawdopodobieństw zgonów (nieistnienia zgonów) w pewnych grupach wieku jest mało realistyczne, ale daje pogląd na to, jak eliminacja umieralności w niektórych grupach wieku wpływa na wartość przeciętnego trwania życia noworodka oraz jakie efekty mogłaby przynieść określona redukcja umieralności. W drugim przypadku należałoby w miejsce empirycznych prawdopodobieństw zgonów  $q_x$  podstawić wartości zredukowane. Przykładowo, możemy dokonać analizy wpływu redukcji prawdopodobieństw zgonów o 5%. Takie rozważania wymagają jednak logicznych przesłanek i uzasadnienia.

## 7. Tablice hipotetyczne – z eliminacją zgonów z określonej przyczyny

Szczególny przypadek hipotetycznej tablicy trwania życia polega na uwzględnieniu różnych przyczyn zgonów, traktowanych jako ryzyko osoby żyjącej [Lange, 2007]. Można w ten sposób oszacować m.in. stratę w długości trwania życia przeciętnej osoby dożywającej wieku  $x$  lat wyłącznie ze względu na umieralność z danej przyczyny (choroby) lub ewentualny przyrost długości życia, gdyby daną przyczynę (chorobę) można było całkowicie wyeliminować [Sokólski, 2004, s. 49–50].

W przeszłości takimi kalkulacjami zajmował się m.in. Vielrose [1958, s. 210–220] – piszący o stratach potencjału ludzkiego z powodu danej grupy chorób. Budową tablic trwania życia eliminujących zgony z określonych przyczyn zajmowało się także WHO. Szacowano, że w altach 70. XX wieku w przypadku eliminacji zgonów z powodu chorób układu krążenia, nowotworów złośliwych, chorób układu oddechowego i wypadków przeciętne trwanie życia noworodka mogłoby wzrosnąć w przypadku mężczyzn z 67,3 do 78,4, zaś dla kobiet z 74,4 do 85,2 lat [Rosset, 1979, s. 142]. W przypadku eliminacji głównych przyczyn zgonów różnica między hipotetycznym a przeciętnym trwaniem życia wynosiła niemal do 20 lat w przypadku USA i około 11,2 roku dla Polski [Klonowicz, 1974, s. 220–224]. Podobne kalkulacje można odnaleźć w Roczn-

kach Demograficznych z końca lat 80-tych. Według szacunków GUS [GUS 1987, s. 227, 1988, s. 227], największy wzrost długości przeciętnego trwania życia uzyskalibyśmy w przypadku wyeliminowanie zgonów z powodu chorób układu krążenia – blisko 8 lat (nieco więcej dla kobiet), następnie nowotworów około 2 lat. Oczywiście, także obecnie wyeliminowanie zgonów z tych dwóch przyczyn dałoby największy wzrost przeciętnego trwania życia, ponieważ są to dwie główne przyczyny zgonów. Współczesnymi przykładami tablic trwania życia w których wyeliminowano zgony z określonych przyczyn są rachunki WHO dotyczące strat w przeciętnym trwaniu życia spowodowanych przez AIDS [Vidaurre, Loyola i inni 2003].

Obliczenie zysków lub strat w przeciętnym trwaniu życia, wynikających z określonej przyczyny, sprowadza się do zgromadzenia danych o zgonach rozgrupowanych według wieku i płci zmarłych oraz przyczyn zgonów. Posłużmy się po raz kolejny tablicami trwania życia dla Polski dla mężczyzn w 2011 roku. Dodatkowo niezbędne są dane odnośnie zgonów według płci, wieku oraz przyczyny zgonu. GUS publikuje dane odnośnie przyczyn zgonów według płci dla 5-cioletnich grup wieku, jedynie dla przedziału 0–4 lata udostępniane są dane dla roczników [GUS 2011]. W naszym przykładzie przyjmiemy, że rozkład zgonów w *i*-tej 5-cioletniej grupie wieku jest dla liniowy (np. jeśli zgony z *i*-przyczyny stanowią 3% w danej grupie wieku 5–9 lat, to przyjmujemy, że stanowią one 3% tak dla wieku 5, 6, 7, 8, jak i 9 lat).

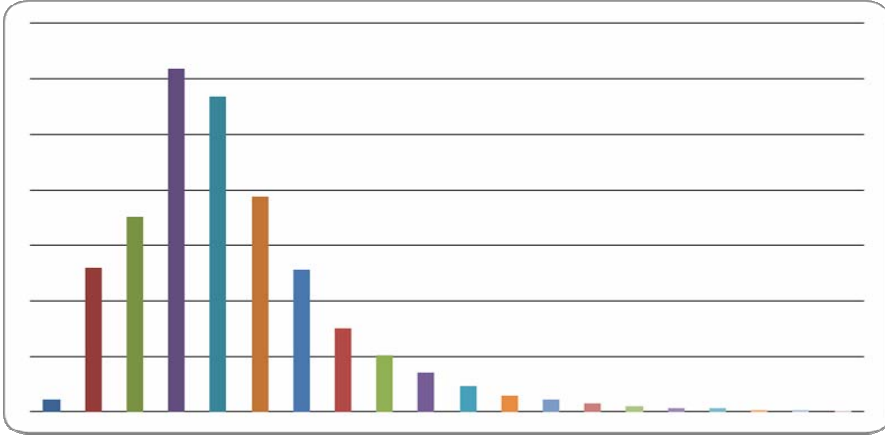
Weźmy pod uwagę zgony z powodu wypadków komunikacyjnych (oznaczenie V01–V99 według X Rewizji międzynarodowej statystycznej klasyfikacji chorób). Dysponujemy danymi odnośnie liczby zgonów w danym wieku oraz liczbie zgonów w danym wieku z określonej przyczyny. Na ich podstawie obliczamy udziały zgonów z określonej przyczyny w poszczególnych grupach wieku. W tabelicy 9 prezentujemy wybrane dane, a na wykresie rozkład udziałów zgonów z powodu wypadków komunikacyjnych według wieku.

Tab. 9. Zgony mężczyzn według wieku ogółem oraz z powodu wypadków komunikacyjnych w Polsce w 2010 roku

Zgony	Razem	0–4	5–9	...	65–69	70–74	75–79	80–84	85–89	90–95	95+
OGÓŁEM	199833	1331	123	...	18197	24103	27810	25328	16124	5511	1999
V01–V99	3531	15	16	...	137	132	104	79	23	7	1

Źródło: [GUS 2011].

Wypadki komunikacyjne stanowią przyczynę prawie co ósmego zgonu chłopców w wieku 5–9 lat, częściej niż co szóstego w wieku 10–14 lat oraz blisko co trzeciego w wieku 15–19 lat. Ich udział zmniejsza się do poniżej 5% po ukończeniu 45 roku życia.



Rys. 1. Udział zgonów z powodu wypadków komunikacyjnych wśród mężczyzn w Polsce w 2010 roku

Źródło: [GUS 2011].

Po obliczeniu, jaką część zgonów w danym wieku stanowią zgony spowodowane wybraną przez nas przyczyną zgonów, przeliczamy prawdopodobieństwa zgonów  $q_x$  w taki sposób, aby wyeliminować interesującą nas przyczynę zgonów. Dokonuje się tego w drodze mnożenia prawdopodobieństw zgonów  $q_x$  dla kolejnych grup wieku przez prawdopodobieństwo, iż zgon nie jest skutkiem danej przyczyny. Otrzymujemy w ten sposób prawdopodobieństwa hipotetyczne  $q_x^*$ . Następnie, w miejsce rzeczywistych prawdopodobieństw zgonów do tablicy trwania życia wstawiamy prawdopodobieństwa hipotetyczne  $q_x^*$  i obliczamy przeciętne dalsze trwanie życia według ogólnych zasad, przedstawionych w paragrafie 2.

Dla ilustracji obliczymy hipotetyczne prawdopodobieństwa zgonów dla mężczyzn w wieku 20–24 lata, z wyeliminowaniem zgonów z powodu wypadków komunikacyjnych. W 2010 roku w Polsce wypadki komunikacyjne były przyczyną 448 zgonów mężczyzn w podanej grupie wieku. Jednocześnie, w wymienionej grupie wieku odnotowano w analizowanym okresie łącznie 1576 zgonów mężczyzn, co oznacza że z omawianej przyczyny zmarło 28,4% mężczyzn.

Wiadomo na podstawie bieżących tablic trwania życia GUS dla analizowanego roku, że prawdopodobieństwa zgonów w ciągu roku wśród mężczyzn w wieku 20, 21, 22, 23 lub 24 ukończonych lat wynosiły odpowiednio:

$$q_{20} = 0,00104, \quad q_{21} = 0,00109, \quad q_{22} = 0,00109, \quad q_{23} = 0,00107, \quad q_{24} = 0,00105.$$

Oznaczmy symbolem  $q$  prawdopodobieństwo, że zgon spowodowany był wypadkiem komunikacyjnym. Wówczas hipotetyczne prawdopodobieństwa

zgonów  $q_x^*$ , z wyeliminowaniem zgonów z powodu wypadków komunikacyjnych, możemy wyznaczyć ze wzoru:

$$q_x^* = q_x(1 - q).$$

Mamy zatem w rozważanych przykładowych grupach wieku:

$$q_{20}^* = q_{20}(1 - q) = 0,00104(1 - 0,284) = 0,00074,$$

$$q_{21}^* = q_{21}(1 - q) = 0,00109(1 - 0,284) = 0,00078,$$

$$q_{22}^* = q_{22}(1 - q) = 0,00109(1 - 0,284) = 0,00078,$$

$$q_{23}^* = q_{23}(1 - q) = 0,00107(1 - 0,284) = 0,00077,$$

$$q_{24}^* = q_{24}(1 - q) = 0,00105(1 - 0,284) = 0,00075.$$

Tablica 10 zawiera zestawienie wartości średniego dalszego trwania życia zaczerpnięte z tablic trwania życia GUS oraz wartości hipotetyczne tego parametru, obliczonego na podstawie hipotetycznych prawdopodobieństw zgonów  $q_x^*$ , tj. przy założeniu eliminacji zgonów z powodu wypadków komunikacyjnych. W tabelicy zamieszczone zostały także różnice względne i bezwzględne pomiędzy tymi wielkościami.

Tab. 10. Hipotetyczne dalsze trwanie życia mężczyzny w Polsce w 2010 r. przy założeniu eliminacji zgonów z powodu wypadków komunikacyjnych

Wiek	$e_x^{2010}$	Hipotetyczne średnie dalsze trwanie życia oraz przyrosty względne i absolutne		
		$e_x^h$	wzrost $e_x$ (w latach)	wzrost $e_x$ (w %)
0	72,44	72,86	0,42	0,58
15	57,97	58,37	0,40	0,69
30	43,67	43,89	0,22	0,51
45	30,01	30,13	0,12	0,41
60	18,52	18,58	0,06	0,31
65	15,32	15,36	0,04	0,29
70	12,38	12,41	0,03	0,22
80	7,37	7,39	0,02	0,25

Źródło: [GUS 2011, 2012].

W przeciwieństwie do poprzednich przykładów, eliminacja zgonów z powodu wypadków komunikacyjnych odnosi się do prawdopodobieństw zgonów we wszystkich grupach wieku, zatem zmiany dotyczyć będą przeciętnego dal-

szeogo trwania życia  $e_x$  dla każdego  $x$ . Zauważymy, że przypadku analizowanej przyczyny zgonów korzyści wynikające z jej eliminacji zmniejszają się wraz z wiekiem. Spowodowane jest to tym, że udział zgonów z powodu wypadków komunikacyjnych maleje w starszych grupach wieku.

## Bibliografia

- Arriaga E. E., 1984, *Measuring and explaining the change in life expectancies*, Demography, 21, s. 83–96.
- C&SD Hong Kong (Census and Statistical Department Honk Kong Special Administrative Region Hong Kong), 2012, Hong Kong Life Tables 2006–2041, tablice dostępne [www.statistics.gov.hk/pub/B1120016052012XXXXB0100.pdf](http://www.statistics.gov.hk/pub/B1120016052012XXXXB0100.pdf)
- Dublin L. I., Lotka, A. J., Spiegelman, M., 1949, *Length of Life*, Ronald Press, NY, <http://babel.hathitrust.org/cgi>
- GUS (Główny Urząd Statystyczny), 1987, Rocznik Demograficzny 1986, Warszawa
- GUS (Główny Urząd Statystyczny), 1988, Rocznik Demograficzny 1987, Warszawa
- GUS (Główny Urząd Statystyczny), 2011, dane dostępne w bazie danych Demografia <http://demografia.stat.gov.pl/bazademografia/Tables.aspx>
- GUS (Główny Urząd Statystyczny), 2012, Trwanie życia w 2011 r., GUS, Warszawa, dostępne: [stat.gov.pl/cps/rde/xbr/gus/LUD\\_trwanie\\_zycia\\_2011.pdf](http://stat.gov.pl/cps/rde/xbr/gus/LUD_trwanie_zycia_2011.pdf)
- INSEE (National de la Statistique et des Études Économiques), 2012, tablice dostępne na stronie: [ined.fr/en/france/deaths\\_causes\\_mortality/mortality\\_tables/](http://ined.fr/en/france/deaths_causes_mortality/mortality_tables/)
- ISTAT (L'Istituto nazionale di statistica), 2012, tablice dostępne na stronie: [demo.istat.it/unitav2012/index.html?lingua=ita](http://demo.istat.it/unitav2012/index.html?lingua=ita)
- Klonowicz S., 1974, *Problemy stanu zdrowia ludności Polski*, [w:] *Demografia społeczna*, PWE. Biblioteka problemów t. 200, Warszawa, s. 156–224
- Kuropka I., 2010, *Umieralność*, [w:] Kurkiewicz J. (red.), *Procesy demograficzne i metody ich analizy*, Wyd. UE, Kraków.
- Lange M., 2007, *Hipotetyczne tablice trwania życia*, Zeszyty Sekcji Analiz Demograficznych 16/2007, s. 27–33
- Okólski M., 2004, *Demografia. Podstawowe pojęcia, procesy i teorie w encyklopedycznym zarysie*, Wydawnictwo Naukowe SCHOLAR, Warszawa
- ONZ ESA (United Nations, Department of Economic and Social Affairs), 2012, [http://esa.un.org/unpd/wpp/Sorting-Tables/tab-sorting\\_mortality.htm](http://esa.un.org/unpd/wpp/Sorting-Tables/tab-sorting_mortality.htm)
- Pollard J. H., 1982, *The Expectation of Life and its Relationship to Mortality*, Journal of the Institute of Actuaries, 109, s. 225–240.
- Rossa A. (red.), 2011, *Analiza i modelowanie umieralności w ujęciu dynamicznym*, Wyd. UŁ.
- SB Deutschland (Statistisches Bundesamt Deutschland), 2012, tablice dostępne [www.destatis.de/EN/FactsFigures/SocietyState/Population/Deaths/Deaths.html](http://www.destatis.de/EN/FactsFigures/SocietyState/Population/Deaths/Deaths.html)
- SB Japan (The Statistics Bureau and the Director-General for Policy Planning of Japan), 2012, <http://www.stat.go.jp/data/nenkan/zuhyou/y0228000.xls>
- Statistics NZ (Statistics New Zealand Tatauranga Aotearoa, New Zealand's national statistical office), 2012, [www.stats.govt.nz/browse\\_for\\_stats/health/life\\_expectancy/period-life-tables.aspx](http://www.stats.govt.nz/browse_for_stats/health/life_expectancy/period-life-tables.aspx)
- Swiss FSO (Swiss Federal Statistical Office), tablice [www.bfs.admin.ch/bfs/portal/en/index/themen/01/02/blank/dos/la\\_mortalite\\_en\\_suisse/tab101.html](http://www.bfs.admin.ch/bfs/portal/en/index/themen/01/02/blank/dos/la_mortalite_en_suisse/tab101.html)

Vidaurre M., Loyola E., Canela-Soler J., Silvi J., Castillo-Salgado C., 2003, Years of life expectancy lost to AIDS in the Americas, UN, raport dostępny na stronie [www.un.org/esa/population/pubsarchive/healthmort/e.pdf](http://www.un.org/esa/population/pubsarchive/healthmort/e.pdf) w dniu 04-05-2006

Vielrose E., 1958, *Zarys demografii potencjalnej*, PWE, Warszawa.

WHO (Światowa Organizacja Zdrowia), 2012, dane dostępne na stronie <http://apps.who.int/ghodata>