

Prof. dr hab. Władysław Adam Majewski
Instytut Fizyki Teoretycznej i Astrofizyki, UG

88-952 Gdańsk, ul. Wita Stwosza 57,
tel. 58- 523 2233, E-mail: fizwam@univ.gda.pl

Gdańsk, 20.09.2017

Prof. dr hab. Marcin Studniarski,
Dziekan
Wydziału Matematyki i Informatyki,
Uniwersytetu Łódzkiego,
ul. Banacha 22,
90-238 Łódź.

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Rafała Wieczorka

"Pomiar optymalny w kwantowej teorii decyzji statystycznych"

Przedłożona mi do recenzji rozprawa Pana mgr. Rafała Wieczorka wpisuje się w aktualnie rozwijany fascynujący, dział informatyki kwantowej, rozumianej jako zastosowanie analizy do kwantowej teorii informacji a nie kolejne wersje nierówności Bella na niskowymiarowych przestrzeniach.

Zadaniem teorii decyzji statystycznych jest opis podejmowania decyzji w oparciu o dostępną statystykę. Historycznie powstała ona na bazie rachunku prawdopodobieństwa. Jej uogólnienie na struktury niekomutatywne nazywa się kwantową teorią decyzji statystycznych i jest ona oparta na kwantowej probabilistyce.

Spora część zagadnień badanych w ramach omawianej teorii dotyczy struktur skończenie wymiarowych. Należy przypomnieć, że tzw kanoniczną kwantyzację nie można opisać w terminach skończenie wymiarowych struktur (patrz H. Wielandt, *Über der unbeschränktheit der operatoren der Quantum mechanik*, Math. Ann. 121, 21 (1949); A. Winter, *The unboundedness of quantum mechanical matrices*, Phys. Rev. 71, 737 (1947)). Dlatego też pożądanym jest podjęcie próby uogólnienia wspomnianych skończenie wymiarowych modeli na schematy oparte na C^* i W^* -algebrach. I to jest celem recenzowanej rozprawy doktorskiej Pana mgr. Wieczorka.

Innymi słowy, tematyka rozprawy dobrze wpisująca się w aktualny nurt kwantowej informatyki jest doskonale umotywowana.

Rozprawa składa się z zwięzłego wstępu, siedmiu rozdziałów oraz bibliografii zawierającej 32 pozycji.

Wstęp, to omówienie zawartych w pracy wyników. Szkoda, że nie ma szerszego omówienia tematyki rozprawy na tle teorii decyzji i kwantowej teorii gier. Pokazałoby to ważność uprawianej tematyki.

Rozdziały drugi i trzeci zawierają definicje oraz wybrane fakty z teorii pomiaru optymalnego. Jaka szkoda, że brak definicji podstawowego pojęcia - pomiaru optymalnego. Czytelnik musi się jej domyślić.

Rozdział czwarty to modyfikacja wyników otrzymanych przez Holevo. Jej celem jest otrzymanie takiej postaci warunków Holevo, którą będzie można łatwo wykorzystać w dalszej części rozprawy.

Rozdział piąty to opis pomiaru optymalnego dla dwóch przypadków: 1) dla dwóch stanów na algebrze von Neumanna oraz 2) dla przeliczalnej ilości stanów określonych na półskończonej algebrze von Neumanna działającej na ośrodkowej przestrzeni Hilberta, przy czym rodzina omawianych stanów spełnia dodatkowy silny warunek.

Następny rozdział, szósty, to uogólnienie wyników otrzymanych przez Kennedy'ego, które pokazano przy założeniu skończonej wymiarowości przestrzeni Hilberta na której działają odpowiednie algebry.

Rozdział siódmy poświęcony jest różnym szacowaniom minimalnego ryzyka bayesowskiego. Pierwsze to uogólnienie szacowań Qiu. Drugie szacowanie oparte jest na pojęciu entropii. Omówiono dwie wersje szacowań. Jedna wykorzystująca definicję entropii podaną przez Araki a druga bazuje na definicji podanej przez Segala. Jest to dość naturalne ponieważ entropię wykorzystuje się do określania odległości. I tu znów mamy przeniesienie znanych wyników otrzymanych dla skończonej wymiarowych struktur na przypadki ogólniejsze. Rozdział ten kończy uogólnienie nierówności Holevo-Curlander'a na przypadek półskończonej algebry von Neumanna.

Ostatni rozdział to kolejne uogólnienie. Dotyczy ono uogólnienia maksymalizacji prawdopodobieństwa detekcji i minimalizacji prawdopodobieństwa błędu. Badania w tym kierunku zapoczątkował Slava Belavkin (tzw pomiar Belavkina) w latach siedemdziesiątych. Omawiane uogólnienie polega na dopuszczeniu przeliczalnej ilości stanów.

Podsumowując omawianie zawartości rozprawy można powiedzieć, że autor przedstawił szereg istotnych i ciekawych uogólnień.

Przechodząc do omówienia "technicznej" strony rozprawy, to nie mogę powiedzieć, że jest ona dopracowana we wszystkich szczegółach.

Począwszy od wspomnianego braku fundamentalnej definicji (pomiar optymalny pojawia się w tytule rozprawy!), nie wszystkie definicje są podane precyzyjnie (np funkcjonału Lagrange'a; na stronie 8, w definicji użyto pomiaru optymalnego podczas gdy na stronie 9, w zastosowaniach funkcjonału Lagrange'a jest już tylko pomiar), część dowodów zawiera "luki" - patrz np Twierdzenie 7.10. Dowód sprawia

wrażenie, że autor nie opanuje nad funkcją logarytmu. Istnienie logarytmu z operatora nie jest trywialnym zagadnieniem - patrz J. B. Conway, B. B. Morrel, *Roots and logarithms of bounded operators on Hilbert space*, J. Funct. Anal. 70, 171-193 (1987). A więc $\log B$ nie musi być elementem rozważanej algebry. A z drugiej strony jest to ładny moment aby autor popisał się techniką rachunku operatorowego. Innym przykładem jest Twierdzenie 8.1 gdzie rachunki są raczej pobieżne.

I jeszcze jedna uwaga dotycząca strony edytorskiej. W dzisiejszych czasach prace są pisane przy użyciu technik komputerowych. Warto więc korzystać z "narzędzi" sprawdzających pisownię. Unika się w ten sposób "literówek", których w recenzowanej rozprawie jest dość duża ilość.

Podsumowując, na podstawie przedstawionej mi do oceny rozprawy doktorskiej Pana mgr Rafała Wieczorka stwierdzam, że warunki stawiane rozprawom doktorskim zostały spełnione. Usterki zauważone przy czytaniu rozprawy (i wspomiane powyżej), nie zmieniają mojej pozytywnej opinii.

W konkluzji stawiam wniosek o dopuszczenie Pana mgr Rafała Wieczorka do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

