

Władysław Milo, Maciej Malaczewski***

CZY DYNAMIKĘ IS – LM – PC POTWIERDZAJĄ KWARTALNE DANE O POLSKIEJ GOSPODARCE?***

Streszczenie. Prezentowany artykuł ma na celu zademonstrowanie przykładu rachunków stabilności modeli ekonomicznych. Rozważane jest, czy model Dornbuscha i Fischera krótko-okresowych efektów szoków popytowych i dostosowania stopy NAIRU może mieć empiryczne zastosowanie w gospodarce Polski.

Słowa kluczowe: model Dornbuscha i Fischera, stabilność.

1. WSTĘP

O tym, iż układy ekonomiczne można traktować jako układ ciał znajdujących się w ruchu, pisało już wielu autorów (np.: Zawadzki 1996; Milo 1995; Milo i Zglińska-Pietrzak 1997; Panek 2000). Założenie, iż poszczególne zmienne ekonomiczne są ciągłymi i różniczkowalnymi funkcjami czasu, umożliwia opis ruchu tych układów za pomocą równań różniczkowych zwyczajnych (por. np.: Pelczar i Szarski 1987; Pelczar 1989). Konieczność ta jednak często jest ignorowana ze względu na stopień trudności takich równań. Niezbędne jest posiadanie odpowiednich narzędzi (często kosztownych) do ich rozwiązywania oraz wiedzy, sięgającej wielokrotnie do studiów matematyki teoretycznej. Trudności te powodują, iż modelowanie tego typu często jest odrzucane na rzecz metod prostszych. Brak ujęcia ruchu w modelu układu przeszkodzić może w osiągnięciu celów, którym model ma służyć – od prognostycznych począwszy na symulacyjnych skończywszy.

Niniejszy artykuł ma na celu zademonstrowanie przykładu rozważań, które, korzystając z teorii układów dynamicznych, dają podstawę do dalszych empirycznych badań rynkowych gospodarek świata. W części drugiej dokonamy prezentacji potrzebnych definicji dotyczących tzw. jakościowej teorii równań

* Prof. zw. dr hab., Katedra Ekonometrii Uniwersytetu Łódzkiego.

** Mgr, asystent w Katedrze Ekonometrii Uniwersytetu Łódzkiego.

*** Zawarte w tytule artykułu skróty pochodzą od pierwszych liter następujących angielskich terminów: Investment Saving (IS), Liquidity Money (LM), Phillips Curve (PC).

różniczkowych zwyczajnych i zademonstrujemy jedno twierdzenie niezbędne w dalszych rozważaniach. Ze względu na rozmiar opracowania, podamy go bez dowodu. W części trzeciej skupimy uwagę na szczegółowym opisie modelu, który stanowić będzie podstawę do naszych empirycznych rozważań, przeprowadzonych w części czwartej i piątej artykułu. Przedmiotem oceny jest, czy modelowe streszczenie R. Dornbuscha i S. Fischera krótkookresowych efektów szoków popytowych i sekwencyjne dostosowania stopy NAIRU empirycznie zachowują swe walory po „przepuszczeniu” ich poprzez rachunki stabilnościowe dynamiki.

2. PODSTAWOWE DEFINICJE

Przedstawimy definicje niezbędne w dalszej części rozważań. Zaczniemy od definicji układu dynamicznego.

Definicja 1 (Pelczar 1989). Niech X będzie niepustym zbiorem, zwanym dalej przestrzenią, a $(G, +)$ półgrupą abelową¹ z elementem neutralnym (który oznaczmy przez 0) i niech f będzie odwzorowaniem postaci:

$$f: G \times X \rightarrow X.$$

Mówimy, że trójka (X, G, f) jest semiukładem pseudodynamicznym (zwanym dalej dla uproszczenia układem dynamicznym lub po prostu układem), jeśli spełnione są warunki:

$$\begin{aligned} f(0, x) &= x \quad \text{dla } x \in X, \\ f(t, f(s, x)) &= f(t + s, x) \quad \text{dla } x \in X, t, s \in G. \end{aligned}$$

Ekonomiczna interpretacja powyższych warunków jest prosta: X jest przestrzenią wszystkich możliwych stanów danego podmiotu (gospodarczego), G jest zbiorem indeksów (np. czasu), a przekształcenie f – prawem kierującym ruchem danego ciała. Właśnie to przekształcenie jest głównym celem poszukiwań w badaniach ekonometrycznych – może być ono zależne od położenia innych podmiotów gospodarczych bądź też warunków otoczenia, w którym działa podmiot naszych obserwacji. Przestrzeń stanów reprezentuje wektory wartości, określających jednoznacznie położenie obiektu. Zdefiniujemy trajektorię podmiotu w przestrzeni.

¹ Półgrupą abelową nazywamy uporządkowaną parę $(X, *)$, gdzie X jest dowolnym zbiorem, a $*$ działaniem, posiadającym w zbiorze X własności działania wewnętrznego, łącznego i przemienne, por. np. Białynicki-Birula (1970).

Definicja 2 (Pelczar 1989). Niech (X, G, f) będzie układem dynamicznym i niech x będzie ustalonym punktem przestrzeni X . Zbiór:

$$f(x) = \{f(t, x) : t \in G\}$$

nazywamy **trajektorią punktu x** .

Jak widać z definicji, trajektoria jest to zbiór wszystkich położeń, w których znalazło się ciało w trakcie całej swojej „podróży” po przestrzeni X . Z punktu widzenia ekonomicznego rozpatrujemy trajektorie jedynie na podstawie obserwacji przeszłości. Ekstrapolacja trajektorii w przyszłość stanowi główny obiekt badań dyscyplin prognostycznych.

Prognozowanie nie leży jednak w centrum zainteresowania niniejszego tekstu, jest nim natomiast obserwacja stabilności ruchu pewnego zbioru przestrzeni X . Stabilność tę charakteryzuje następująca definicja.

Definicja 3 (Pelczar 1989). Niech M będzie ustalonym podzbiorem przestrzeni X . Zbiór M nazywamy stabilnym, jeżeli:

$$\forall_{x \in M} \forall_{\varepsilon > 0} \exists_{\delta > 0} \rho(x, y) < \delta \Rightarrow \rho(f(t, y), M) < \varepsilon,$$

gdzie ρ jest metryką przestrzeni X . Odległość pomiędzy zbiorami definiujemy jako kres dolny odległości wszystkich elementów tych zbiorów od siebie (Kuratowski 1965).

Oznacza to, że pewien „wycinek” tej przestrzeni, czyli pewną sumę przeliczalnej bądź nie ilości wektorów stanu, traktujemy jako stabilny wtedy i tylko wtedy, gdy znalezienie się podmiotu w którymkolwiek z jego punktów zagwarantuje nam, iż jego trajektoria od tej chwili nie będzie oddalona (w sensie metrycznym) o więcej niż pewna ustalona wielkość od tego wycinka.

Pora zatem na wprowadzenie pojęcia zbioru przyciągającego do siebie trajektorie podmiotów w przestrzeni X , a więc pojęcia **atraktora**.

Definicja 4 (Milo 1995; Milo i Zglińska-Pietrzak 1997). Niech zbiór M będzie ustalonym podzbiorem przestrzeni X , a x ustalonym punktem tej przestrzeni. Mówimy, że zbiór M jest **atraktorem**, jeżeli:

$$\exists_{\varepsilon > 0} \forall_{x \in X} \rho(x, M) < \varepsilon \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \rho(f(t, x), M) = 0.$$

Odległość punktu od zbioru definiujemy analogicznie jak odległość zbiorów.

Podamy teraz twierdzenie, które przydatne będzie w badaniu stabilności punktu będącego atraktorem układu dynamicznego. Ze względu na objętość i cel niniejszego tekstu, przyjmujemy go bez dowodu.

Twierdzenie 1 (Tu 1994; Milo i Zglińska-Pietrzak 1997). Niech układ równań będzie postaci:

$$\frac{d\mathbf{f}(t)}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{f}(t),$$

gdzie t należy do G , a $\mathbf{f}$ jest wektorem funkcji (różniczkowalnych względem t) opisujących położenie ciała w przestrzeni. Punkt $x = \mathbf{f}(t_0)$, będący atraktorem, jest stabilny, jeżeli wszystkie wartości własne macierzy $\mathbf{A}$ mają ujemne części rzeczywiste, a wszystkie jego wartości własne czysto urojone są wartościami własnymi jednokrotnymi. Jeżeli choć jedna wartość własna nie spełnia tego warunku, to punkt graniczny nie jest atraktorem tylko niestabilnym punktem równowagi.

Oznacza to, że sprowadzenie układu do powyższej postaci i policzenie wartości własnych macierzy $\mathbf{A}$ daje nam pełną informację na temat charakteru punktu (i tylko jego!), do którego asymptotycznie zmierza układ.

3. MODEL WZROSTU GOSPODARCZEGO

Układ dynamiczny, czyli układ będący w ruchu, modeluje się prawie wyłącznie za pomocą równań różniczkowych bądź różnicowych. Ze względu jednak na problemy, jakie spotykają praktyków, konieczne jest stosowanie wystarczająco efektywnego narzędzia do ich rozwiązywania. W dalszej części korzystamy z obliczeń dokonanych za pomocą pakietu *Maple 8TM*.

Rozpatrzmy następującej postaci model (Chiarella 2000) interakcji efektów keynesowsko-mundelhowskich, związane zebranych przez Dornbuscha i Fischera (1996):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}y(t) &= \alpha_1(\mu - p(t)) + \alpha_0\tau, \\ p(t) &= \beta_w(y(t) - Y_{eq}) + p_e(t), \\ \frac{d}{dt}p_e(t) &= \beta_p(p(t) - p_e(t)), \end{aligned} \tag{1}$$

gdzie:

$y(t)$ – produkcja krajowa brutto;

$p(t)$ – wskaźnik inflacji;

$p_e(t)$ – funkcja oczekiwanej inflacji (zgodna z teorią racjonalnych oczekiwań ludności dotyczących inflacji);

μ – stopa wzrostu podaży pieniądza, stała w czasie;

τ – stała stopa wzrostu instrumentu polityki fiskalnej (np. stopy podatkowej);

Y_{eq} – wielkość produkcji w stanie równowagi;

$\alpha_0, \alpha_1, \beta_p, \beta_w$ – parametry układu równań.

Układ trzech równań (1) można, po zróżniczkowaniu względem czasu drugiego równania, wstawieniu doń trzeciego i pierwszego w miejsce odpowiednich pochodnych po czasie oraz zastąpieniu różnicy inflacji i inflacji oczekiwanej poprzez analogiczną różnicę wyliczoną z drugiego równania, sprowadzić do układu dwóch równań postaci:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} y(t) &= \alpha_1 (\mu - p(t)) + \alpha_0 \tau, \\ \frac{d}{dt} p(t) &= \beta_w \alpha_1 (\mu - p(t)) + \beta_p \beta_w (y(t) - Y_{eq}) + \beta_w \alpha_0 \tau, \end{aligned} \quad (2)$$

w którym to układzie oznaczenia pozostają bez zmian. Konieczne jest teraz rozwiązanie układu (2) ze względu na dwie zmienne, jakimi są funkcje produkcji i cen. Rozwiązanie jest następującej postaci:

$$\begin{aligned} p(t) &= - \left(\left(-\frac{1}{2} \beta_w \alpha_1 + \frac{1}{2} \sqrt{\beta_w^2 \alpha_1^2 - 4 \beta_p \beta_w \alpha_1} \right) \right. \\ &\quad \left. e^{\left(\left(-\frac{1}{2} \beta_w \alpha_1 + \frac{1}{2} \sqrt{\beta_w^2 \alpha_1^2 - 4 \beta_p \beta_w \alpha_1} \right) t \right)} C_2 + \right. \\ &\quad \left. \left(-\frac{1}{2} \beta_w \alpha_1 - \frac{1}{2} \sqrt{\beta_w^2 \alpha_1^2 - 4 \beta_p \beta_w \alpha_1} \right) \right. \\ &\quad \left. e^{\left(\left(-\frac{1}{2} \beta_w \alpha_1 - \frac{1}{2} \sqrt{\beta_w^2 \alpha_1^2 - 4 \beta_p \beta_w \alpha_1} \right) t \right)} C_1 - \alpha_1 \mu - \alpha_0 \tau \right) / \alpha_1, \\ y(t) &= e^{\left(-\frac{1}{2} \beta_w \alpha_1 + \frac{1}{2} \sqrt{\beta_w^2 \alpha_1^2 - 4 \beta_p \beta_w \alpha_1} t \right)} C_2 \\ &\quad + e^{\left(-\frac{1}{2} \beta_w \alpha_1 - \frac{1}{2} \sqrt{\beta_w^2 \alpha_1^2 - 4 \beta_p \beta_w \alpha_1} t \right)} C_1 + Y_{eq}, \end{aligned}$$

gdzie C_1 i C_2 są dowolnymi stałymi rzeczywistymi. Stałe te są funkcjami warunków początkowych układu (2).

Zauważmy, iż istnienie granicy tych funkcji w nieskończoności (a więc też istnienie atraktora, czy to punktowego czy też będącego zbiorem) uzależnione jest od wartości wyrażeń postaci:

$$-\frac{1}{2}\beta_w\alpha_1 + \frac{1}{2}\sqrt{\beta_w^2\alpha_1^2 - 4\beta_p\beta_w\alpha_1},$$

$$-\frac{1}{2}\beta_w\alpha_1 - \frac{1}{2}\sqrt{\beta_w^2\alpha_1^2 - 4\beta_p\beta_w\alpha_1}.$$

Jeżeli wyrażenia te są skończonymi, rzeczywistymi liczbami ujemnymi, to poprzez policzenie granicy powyższych funkcji przy $t \rightarrow \infty$, odnajdujemy punkt, do którego układ asymptotycznie dąży:

$$p_{atr}(t) = \mu + \frac{\alpha_0\tau}{\alpha_1},$$

$$y_{atr}(t) = Y_{eq}.$$

Zauważmy też, że przy stałości polityki fiskalnej państwa (tzn. przy zerowej stopie zmian jego instrumentu) $p(t)$ dąży do μ . Zauważmy również, iż punkt ten jest niezależny od wyboru punktu startowego (warunków początkowych układu).

Dokonajmy podstawienia następującej postaci:

$$g_1(t) = y(t) - Y,$$

$$g_2(t) = p(t) - \mu - \frac{\alpha_0\tau}{\alpha_1},$$

co spowoduje przesunięcie atraktora do początku układu. Wówczas nasz układ redukuje się do postaci:

$$\frac{d\mathbf{f}(t)}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{f}(t),$$

gdzie:

$$\mathbf{A} : \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_1 \\ \beta_p\beta_w & -\beta_w\alpha_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}(t) := \begin{bmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \end{bmatrix}.$$

Na mocy twierdzenia 1 macierz takiego układu jest stabilna, gdy wszystkie jej wartości własne mają ujemne części rzeczywiste. Wektor wartości własnych macierzy $\mathbf{A}$ wygląda następująco:

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\beta_w\alpha_1 + \frac{1}{2}\sqrt{\beta_w^2\alpha_1^2 - 4\beta_p\beta_w\alpha_1} \\ -\frac{1}{2}\beta_w\alpha_1 - \frac{1}{2}\sqrt{\beta_w^2\alpha_1^2 - 4\beta_p\beta_w\alpha_1} \end{bmatrix}.$$

Podobieństwo pomiędzy wartościami własnymi macierzy $\mathbf{A}$ a wyrażeniami, od których zależy istnienie atraktora naszego modelu, daje nam szansę uzyskać jednocześnie odpowiedź na dwa postawione uprzednio pytania. Możemy w tym momencie rozpatrzyć trzy przypadki:

a) wyrażenia powyższe mają wartości dodatnie – wówczas brak atraktora układu eliminuje konieczność rozważania jego stabilności;

b) wyrażenia te przyjmują wartości ujemne – wówczas nie tylko istnieje atraktor, lecz jest też punktem stabilnym;

c) wartości wyrażeń powyższych są liczbami zespolonymi (Białynicki-Birula 1970), gdy wyrażenie pod pierwiastkiem jest ujemne. Wówczas niemożliwym staje się policzenie granicy całek (por. Pelczar i Szarski 1987) naszego układu w nieskończoności.

Zauważmy, iż sytuacja mieszana, gdy jedno z wyrażeń jest dodatnie, a drugie ujemne, zwalnia nas od rozpatrywania przypadku. Wówczas granica całek układu (2) jest niewłaściwa.

4. WERYFIKACJA EMPIRYCZNA STABILNOŚCI MODELU

Stosując powyższe wnioski, aby dokonać analizy stabilności ruchu gospodarki Polski, konieczna jest znajomość wektora parametrów naszego modelu. Niestety – parametry te są nieznane i nieobserwowalne. Korzystając musimy z pewnych oszacowanych przybliżeń, co zresztą powoduje, iż nasze wnioskowanie jest obarczone błędem estymacji.

Chcąc oszacować parametry α_0 , α_1 , β_p , β_w , dokonaliśmy udyskretnienia czasu oraz, wykorzystując klasyczną metodę najmniejszych kwadratów (np.: Goldberger 1972; Milo 1995; Linnik 1962), oszacowaliśmy parametry

równań modelu postaci (2) na próbie zawierającej 24 obserwacje kwartalne (od pierwszego kwartału 1997 r. do czwartego kwartału 2002 r.)². Wyniki zawiera tabela 1.

Tabela 1. Oszacowania parametrów

Parametr	Oszacowanie	Odchylenie standardowe	Oszacowanie ± 2 odchylenia standardowe	
α_1	290356,0418	192317,7159	– 94279,4	674991,5
α_0	9192,987458	9641,236887	– 10089,48632	28475,46123
$\beta_p \cdot \beta_w$	– 0,00000108438	0,0000000588891	– 0,000001202161	– 0,000000966604
$\beta_w \cdot \alpha_1$	– 1,305818746	0,081350024	– 1,468518795	– 1,143118698
$\beta_w \cdot \alpha_0$	0,000755888	0,004054409	– 0,0073529	0,0088647

Źródło: obliczenia własne za pomocą programu *E-views*©.

Zauważmy, że oszacowania zawarte w tabeli 1 są sprzeczne – dodatni znak parametru α_1 implikuje ujemny znak parametru β_w , który jednak nie może być mniejszy od zera ze względu na dodatniość parametru α_0 . Odłożenie jednakże dwóch odchyłeń standardowych dla każdego parametru rozwiązuje sprawę (zmienna związana z tym parametrem podczas oszacowań okazała się nieistotna statystycznie w objaśnianiu zjawiska) – w tym przedziale zawierają się także ujemne realizacje α_0 , co gwarantowałoby niesprzeczność układu. Ze względu na teorię ekonomii oraz niezaprzeczalną sprzeczność układu przy α_0 dodatnim, dokonujemy obcięcia przedziału zmienności tego parametru do liczb rzeczywistych ujemnych, a α_1 – do zbioru liczb rzeczywistych dodatnich. Za oszacowanie parametru przyjmujemy środek nowego przedziału. Nowe przedziały zmienności zawiera tabela 2.

Tabela 2. Przedziały zmienności parametrów

Parametr	Oszacowanie	Przedział zmienności	
α_1	337495,7368	0	674991,4737
α_0	– 5044,743158	– 10089,48632	0
$\beta_p \cdot \beta_w$	– 0,00000108438	– 0,000001202161	– 0,000000966604
$\beta_w \cdot \alpha_1$	– 1,305818746	– 1,468518795	– 1,143118698
$\beta_w \cdot \alpha_0$	0,004432353	0	0,0088647

Źródło: obliczenia własne.

² Oszacowań dokonała Aneta Leszczyk, której autorzy wyrażają serdeczną wdzięczność.

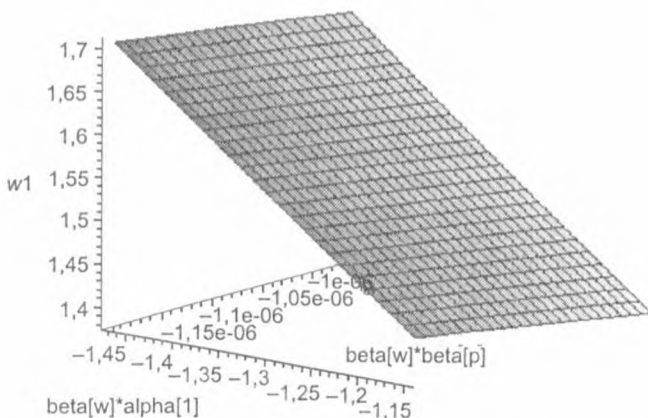
Zauważmy, iż do rozważań dotyczących wartości własnych macierzy $\mathbf{A}$, a więc pośrednio też istnienia atraktora naszego układu, nie jest konieczna wiedza o wartościach poszczególnych parametrów, w szczególności parametrów β_w i β_p . W zupełności wystarczą nam oszacowania wyrażeń zamieszczone w tabeli 2.

Dokonajmy obliczeń wartości własnych macierzy $\mathbf{A}$:

$$-\frac{1}{2}\beta_w\alpha_1 + \frac{1}{2}\sqrt{\beta_w^2\alpha_1^2 - 4\beta_p\beta_w\alpha_1} = 1,543001658,$$

$$-\frac{1}{2}\beta_w\alpha_1 - \frac{1}{2}\sqrt{\beta_w^2\alpha_1^2 - 4\beta_p\beta_w\alpha_1} = -0,2371829120.$$

Dodatni znak pierwszego wyrażenia (połączony na dodatek z wielkością spoza koła jednostkowego) jednoznacznie daje informacje o nieistnieniu atraktora naszego układu. Korzystaliśmy jednak z oszacowań punktowych naszych parametrów i wyrażeń z nimi związanymi. Spróbujmy zaobserwować zmianę wartości własnej na przekroju przedziałów zmienności wyrażeń $\beta_p \cdot \beta_w$ i $\beta_w \cdot \alpha_1$. Wykres trójwymiarowy wygląda jak na rysunku 1.



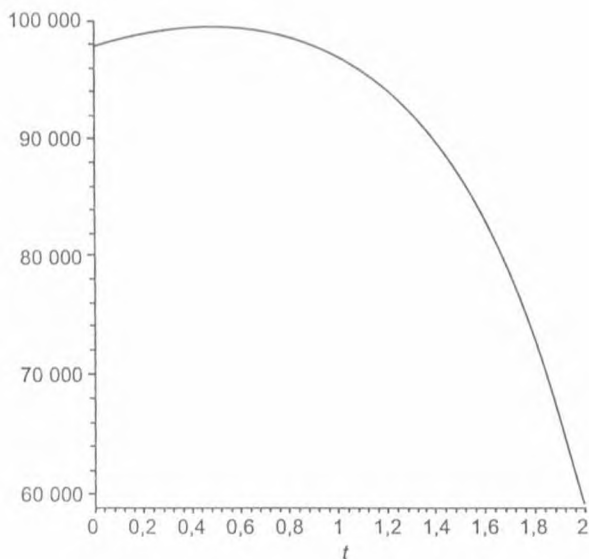
Rys. 1. Pierwsza wartość własna w zależności od parametrów

Źródło: opracowanie własne

Jak widać, w przedziale zmienności tych wyrażeń nie jesteśmy w stanie znaleźć miejsca, w którym wartość własna w_1 byłaby ujemna. Podobne wyniki otrzymujemy, gdy uzmienniamy inny zestaw dwóch parametrów. Uzyskanie ujemnej wartości jest niemożliwe w określonych przez nas przedziałach zmienności dla parametrów. Wniosek stąd jest tylko jeden:

układ postaci (2), przy oszacowaniach parametrów zawartych w tabeli 2, nie posiada punktu atrakcyjnego.

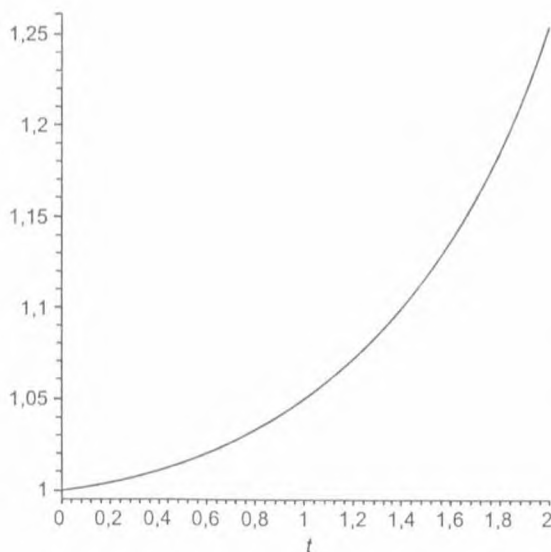
Przyjrzyjmy się wykresom fazowym równań różniczkowych, składających się na model (2). Jako wartości początkowe dla PKB zadana została jego wartość z pierwszego kwartału 1997 r. (rysunek 1), a dla wskaźnika CPI – jedynka (rysunek 2).



Rys. 2. Wykres fazowy funkcji produktu krajowego brutto

Źródło: opracowanie własne

Zgodnie z wykresami funkcji, będących rozwiązaniami układu (2), modelowa wartość funkcji produktu krajowego brutto najpierw powoli będzie rosła przez pewien okres, po czym funkcja ta, nie tracąc swojej wklęsłości zacznie dramatycznie maleć (rysunek 1). Poziom wskaźnika CPI natomiast rośnie nieprzerwanie, z tym że w pierwszym okresie powoli, po czym nastąpi gwałtowne wybiecie w górę (rysunek 2). Interesujące jest, że punkt, w którym styczna do wykresu tworzyła z osią odciętych kąt w pierwszym przypadku 135 stopni, a w drugim – 45 stopni, występuje mniej więcej w tym samym miejscu na obu wykresach. Oznacza to, że kryzys gospodarczy, objawiający się drastycznym spadkiem PKB i wzrostem cen dla obu tych zjawisk nastąpi niemal równocześnie.



Rys. 3. Wykres fazowy funkcji wskaźnika CPI

Źródło: opracowanie własne

5. WNIOSKI I PODSUMOWANIE

Nieposiadanie atraktora przez empiryczny odpowiednik (dotyczący polskiej gospodarki) układu ekonomicznego typu (2) oznacza, iż w pewnym sensie układ ten zmierza do nikąd. Brak jest bowiem punktu, który przyciągałby go w sposób jednoznaczny. Konsekwencją tego jest swoista niestabilność i brak wiarygodnych możliwości do oszacowania jego granicy. Nie oznacza to jednak wcale, iż układ zmierza do katastrofy, wywnioskować bowiem można, iż nie istnieje granica wzrostu wartości ujętych w modelu: produktu krajowego brutto oraz poziomu cen. Świadczy to o możliwościach stojących przed polską gospodarką, jednakże jej domniemana niestabilność każe zachowywać się ostrożnie i postępować ze szczególną uwagą. Niestabilność bowiem oznacza też dużą wrażliwość układu na otaczające go warunki, co w przełożeniu na język matematyki oznacza wrażliwość na zadane warunki początkowe (Pelczar 1989).

Możliwe (i wskazane) byłoby rozważanie zmodyfikowanych wersji układu (1) lub (2), jak też i bardziej złożonych układów, składających się z kilku bądź nawet kilkunastu równań różniczkowych. Badanie jego stabilności oraz wyliczenia zbiorów atrakcyjnych dawałyby niewątpliwie szersze pole do popisu dla specjalistów od ekonomii matematycznej niż opisany

w niniejszym artykule model dwurównaniowy. Empiryczno-obliczeniowa wersja wyjściowej struktury liczbowej tego modelu została wybrana na podstawie przyjętych założeń. Ich zmiana (szczególnie dotycząca równowagowych wartości parametrów) może zmienić nasz osąd o konsekwencjach ekonomicznych tego modelu.

LITERATURA

- Białynicki-Birula A. (1970), *Algebra*, PWN, Warszawa.
- Chiarella C. i in. (2000), *Disequilibrium, Growth and Labor Market Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin.
- Dornbusch R., Fischer S. (1996), *Macroeconomics*, McGraw Hill, New York.
- Goldberger A. S. (1972), *Teoria ekonometrii*, Warszawa, PWE.
- Kuratowski K. (1965), *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, PWN, Warszawa.
- Linnik J. (1962), *Metoda najmniejszych kwadratów i teoria opracowywania obserwacji*, PWN, Warszawa.
- Milo W. (1995), *Stabilność i wrażliwość metod ekonometrycznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- Milo W., Zglińska-Pietrzak A. (1997), *Stabilność, atraktory stabilności i chaosu*, opracowanie w KBN, nr 1 H02B 01 31 1.
- Panek E. (2000), *Ekonomia matematyczna*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań.
- Pelczar A., Szarski J. (1987), *Wstęp do teorii równań różniczkowych, Część I: Wstęp do teorii równań zwyczajnych i równań cząstkowych pierwszego rzędu*, PWN, Warszawa.
- Pelczar A. (1989), *Wstęp do teorii równań różniczkowych, Część II: Elementy jakościowej teorii równań różniczkowych*, PWN, Warszawa.
- Tu P.N.V. (1994), *Dynamical Systems*, Springer-Verlag, Berlin.
- Zawadzki H. (1996), *Chaotyczne systemy dynamiczne – elementy teorii i wybrane przykłady ekonomiczne*, „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamieckiego”, Katowice.

Władysław Milo, Maciej Malaczewski

IS THE DYNAMICS OF IS – LM – PC CONFIRMED BY THE QUARTERLY DATA OF THE POLISH ECONOMY?

Summary

The paper contains an example of stability analysis of an economic model. We consider if the Dornbusch and Fischer model of short-term demand shocks and NAIRU adjustment may be a useful tool in modeling the Polish economy.