

Monika Fabijańczyk, Anna Waręzak

PRACA STUDENTA Z TEKSTEM MATEMATYCZNYM

Niniejsza praca przedstawia wyniki badań przeprowadzonych wśród studentów kierunku matematycznego Uniwersytetu Łódzkiego, dotyczących indywidualnych technik czytania i analizowania tekstu matematycznego. Wyniki wskazują, że młodzież podejmująca studia nie wynosi ze szkoły średniej umiejętności czytania tekstu naukowego. Dopiero w toku studiów wypracowuje sobie własne metody pracy. Techniki pracy studentów lat starszych oraz studentów bardzo dobrych są znacznie bliższe technikom modelowym przedstawionym w pracy.

Część niepowodzeń w nauce studentów lat młodszych wynika z nieznamomości efektywnych sposobów uczenia się. Dlatego warto, by już na pierwszych latach studiów nauczyciele akademicki poświęcili więcej uwagi zapoznaniu studentów z metodami pracy z tekstem matematycznym i wprowadzili swoich uczniów w tajniki efektywnego studiowania.

Ogromnie ważnym elementem pracy nauczyciela matematyki jest konsekwentne wprowadzanie ucznia w technikę uczenia się tekstu matematycznego. Technika ta nie jest dana uczniowi wraz z nauką czytania, ale musi się on jej stopniowo i systematycznie uczyć. Efektywna lektura matematycznego tekstu wymaga od czytelnika dużego i planowego wysiłku, prowadzącego do przetworzenia treści matematycznych przedstawionych przez autora tekstu we własną konstrukcję myślową. Związane jest to z różnymi czynnościami wykonywanymi w wyobraźni, w abstrakcji lub w konkretności (np. szczegółowe analizowanie treści definicji, twierdzeń i dowodów, sporządzanie schematów rozumowania, uzupełnianie luk w rozumowaniach, samodzielne wykonywanie rachunków, rozwijanie skrótów myślowych, wyszukiwanie modeli, przykładów i kontrprzykładów). Umiejętność wykonywania tych i innych czynności jest warunkiem operatywności wiedzy matematycznej ucznia.

Nauczyciel tylko wtedy potrafi wdrożyć swoich uczniów do stosowania takich technik uczenia się matematyki, gdy sam je zna i wykorzystuje własne doświadczenia intelektualne, zdobyte w trakcie studiów w ramach nauki własnej.

Nie ma w programach uczelni wyższych przedmiotów poświęconych metodologii pracy własnej studenta nad tekstem naukowym. Student skazany jest więc na wypracowanie sobie indywidualnych technik uczenia się, opartych głównie na samoobserwacji. Wyraźnie wskazują na to wypowiedzi studentów zapytanych o sposoby ich uczenia się.

Analiza metod przyswajania przez studentów tekstów matematycznych, m. in. oparta na przeprowadzonych i omówionych niżej badaniach, jest w zasadzie zgodna z ogólnym modelem uczenia się tekstów naukowych ([2], [3]).

Wyróżnić można trzy główne fazy tego procesu. Jest to czytanie:

- 1) orientacyjne,
- 2) uważne,
- 3) podsumowujące i utrwalanie.

Przyjmujemy oczywiście, że interesuje nas tekst matematyczny stanowiący pewną zwartą całość tematyczną, zamieszczony w podręczniku, monografii lub artykule naukowym.

Czytanie orientacyjne trwa stosunkowo krótko. W tej fazie uczący się nie wnika jeszcze w szczegóły tekstu, zapoznaje się tylko z jego zawartością, wyodrębnia fragmenty niejasne i trudne, ustala jakich pojęć i symboli nie pamięta (ewentualnie usuwa te braki). Można jeszcze w tej fazie, przed przystąpieniem do zasadniczego uczenia się, uzupełnić zestaw pomocy dodatkową literaturą, w której przeznaczony do przyswojenia materiał przedstawiony jest w podobnej formie albo w innym kontekście.

Zasadniczy proces uczenia się zachodzi w trakcie czytania uważnego. Cała uwaga uczącego się skupiona jest wokół analizowanych treści definicji, twierdzeń i ich dowodów, logicznych konsekwencji z nich wynikających i sformułowanych w postaci wniosków, przykładów i kontrprzykładów.

Analizując definicję czytelnik wyróżnia termin definiowany, uzmysławia sobie wszystkie warunki definiujące, ustala znaczenie i sens występujących w tekście symboli i terminów. Czytając twierdzenie - bardzo starannie wyróżnia założenie i tezę, zwracając przy tym uwagę na rolę każdego słowa i symbolu (czasami nie ujawnionego ostro w sformułowaniu).

Dowody twierdzeń w ogromnej większości wymagają bardzo starannego kontrolowania kolejnych ogniw rozumowania, zwrócenia uwagi na to, czy kolejne kroki rozumowania są tylko inferencjami, czy też wymagają szczególnych "chwytów", uświadomienia sobie planu dowodu, wyłowienia istotnych momentów węzłowych. Rozumowania zawarte w przerabianym tekście wielokrotnie posiadają luki pozostawione celowo przez autora. Każdą taką lukę czytelnik powinien uzupełnić odwołując się do wcześniej zdobytej wiedzy bądź w postaci dodatkowych rachunków. Obok takich sprowokowanych przez autora niejasności, bardzo często w umyśle uczącego się pojawiają się związane z tekstem pytania i wątpliwości, na które jeszcze w tej fazie należy sobie odpowiedzieć i je wyjaśnić.

Prawdziwe zrozumienie pojęcia lub twierdzenia osiągnięte jest na ogół w sytuacji, gdy można skonstruować desygnaty definiowanych pojęć, przykłady potwierdzające i wyjaśniające wnioski oraz kontrprzykłady, wskazujące np. istotność założeń twierdzenia.

Po takim szczegółowym przeanalizowaniu pewnej partii przyswajanego materiału można przystąpić do następnego etapu uczenia się - czytania podsumowującego i utrwalającego.

Na pograniczu czytania głównego i podsumowującego może wystąpić poszukiwanie związków z pojęciami wcześniej poznanymi, włączanie nowych pojęć do struktur już istniejących w umyśle, wyszukiwanie różnic i analogii, zauważanie uogólnień bądź szczególnych przypadków, kojarzenie z faktami znanymi z innej dziedziny matematyki. W trakcie wykonywania takich dodatkowych czynności już występuje utrwalanie przerobionego materiału. Niezależnie jednak od tego, powtarzanie w formie ponownego czytania jest na ogół konieczne. Szczegółowo przeanalizowane treści układają się wtedy w logiczną całość, lepiej umiejscawiają się we wcześniej zdobytej wiedzy i efektywniej są zapamiętywane.

Przedstawiony wyżej "model" uczenia się tekstu matematycznego nie jest oczywiście pełny. Może zawierać jeszcze inne czynności, bardziej szczegółowe, np. próby samodzielnego dowodzenia twierdzeń albo czynności organizacyjne, takie jak sporządzanie notatek, stosowanie różnych środków technicznych w notowaniu itd.

Interesujące byłoby też wyraźne odróżnienie pracy studenta z tekstem matematycznym znanym z wykładu od opracowywania treści zupełnie nowych, przyswajanych z lektury wybranej samodzielnie lub poleconej przez nauczyciela.

Przeprowadzone przez nas badania nie uwzględniały tych różnic i dotyczyły pracy z tekstem matematycznym, niezależnie od tego, czy student zetknął się już z zawartymi w nim treściami, czy nie.

W anonimowej ankiecie przeprowadzonej wśród 182 studentów Instytutu Matematyki Uniwersytetu Łódzkiego dano następujące polecenie:

Proszę odpowiedzieć, jak często wykonuje Pan(i) wymienione czynności podczas pracy z tekstem (czytanie podręcznika, monografii, pracy naukowej itp.).

(0 - nigdy, 1 - czasem, 2 - często, 3 - systematycznie)

1. Czytanie orientacyjne.

- a. Wyodrębnianie fragmentów trudnych i niejasnych
- b. Ustalanie luk w wiedzy, dotyczących symboli i pojęć
- c. Uzupełnianie wiadomości dotyczących nowych pojęć
- d. Wyszukiwanie dodatkowej literatury

2. Czytanie uważne.

- a. Szczegółowa analiza tekstu
- b. Uzupełnianie luk w rozumowaniu
- c. Odpowiadanie na nasuwające się pytania
- d. Sporządzanie szkicu dowodu
- e. Sprawdzanie rozumienia przez konstruowanie przykładu lub ilustrację konkretną

3. Czytanie podsumowujące i utrwalanie.

- a. Wyszukiwanie związków z wcześniej poznanymi pojęciami i twierdzeniami
- b. Powtarzanie informacji
- c. Pamięciowe odtwarzanie informacji

Ankietowani byli studentami lat II-V. Nie zostali objęci badaniami studenci I roku. Uznaliśmy bowiem, że ta grupa nie wypracowała sobie jeszcze metod uczenia się i ich odpowiedzi mogłyby nie odzwierciedlać stanu faktycznego.

Poniżej omówione zostaną wyniki badań.

Ad. 1. Czytanie orientacyjne.

a. "Wyodrębnianie fragmentów trudnych i niejasnych" - czynność ta uzyskała w skali 0-3 średnią ocenę 1,58, a więc mniej niż "często". Wyraźny jest wzrost wskaźnika z upływem czasu studiowania: od 1,4 na II roku do 2,1 na V roku. Ponadto najrzadziej (średnia

1,37) zauważają fragmenty trudne studenci uzyskujący słabsze oceny z egzaminów, a znacznie częściej studenci najlepsi (1,93). Prawie 14% badanych nie czyni tego nigdy, a tylko 11% ankietowanych twierdzi, że czyni to "systematycznie".

Nasuwa się więc wniosek, że młodsi studenci oraz studenci najsłabsi nie potrafią zauważyć stopnia trudności przerabianego materiału - właściwie wszystko jest dla nich jednakowo trudne.

b. "Ustalanie luk w wiedzy, dotyczących symboli i pojęć" wymaga uświadomienia sobie przez czytelnika jakich pojęć i symboli nie pamięta i co należy przypomnieć sobie bądź odszukać w notatkach lub wcześniejszych partiach materiału.

Zauważamy, że podobnie jak w punkcie a, z upływem czasu studiowania wzrasta liczba osób często ustalających luki (średnia ocena czynności - od 1,5 na II i III roku do 2,3 na roku V). Również tutaj najrzadziej czynność tę wykonują studenci najsłabsi (średnia 1,53), a najczęściej najlepsi (średnia 2,37).

c. "Uzupełnianie wiadomości dotyczących nowych pojęć" w fazie czytania orientacyjnego może wiązać się np. z próbą uzmysławiania sobie na ile jest to faktycznie nowe pojęcie, czy występowało ono w jakimś innym kontekście itd.

Okazało się, że czynność ta wykonywana jest przez studentów stosunkowo rzadko (średnia 1,43), przy tym nieco częściej przez studentów starszych lat (średnia 1,6) oraz studentów najlepszych (średnia 1,93). Być może takie rezultaty związane są z koniecznością studiowania na starszych latach polecanej literatury, co jest rzadziej praktykowane w początkowym okresie studiów, kiedy to w czasie wykładów i ćwiczeń wszystkie pojęcia i symbole są szczegółowo wyjaśniane, oraz z większą wnikliwością umysłów studentów istotnie zainteresowanych matematyką.

d. "Wyszukiwanie dodatkowej literatury". Aż 30% studentów II i III roku i 18,6% lat IV i V przyznało, że ogranicza się wyłącznie do aktualnie czytanej pozycji i w ogóle nie wyszukuje dodatkowej literatury. Uzyskana średnia ocena tej czynności - 0,83 wskazuje, że niezwykle rzadko studenci uzupełniają wiedzę na podstawie dodatkowych źródeł, korzystając niemal wyłącznie z obowiązującego podręcznika i notatek z wykładu. Stosunkowo najczęściej (średnia 1,38) literaturę dodatkową wykorzystują studenci najlepsi, z których 37,5% uważa, że czynność tę wykonuje co najmniej "często". Spośród pozostałych studentów (dobrych i słabszych)

tylko 6,1% przyznało, że "często" sięga po literaturę uzupełniającą. Taki fakt należy uznać za bardzo niepokojący. Studiowanie to przecież coś więcej niż tylko wyuczenie się pewnego minimum wiedzy przekazywanej lub polecanej przez nauczycieli akademickich.

Ad. 2. Czytanie uważne.

a. "Szczegółowa analiza tekstu". Etap ten jest niezwykle ważny. Wnikliwe analizowanie czytanego tekstu pozwala na zrozumienie treści definicji, twierdzeń i dowodów oraz warunkuje wystąpienie następnych etapów pracy w tej fazie uczenia się. Czynność ta jest wyraźnie doceniana przez badanych studentów. Uzyskana ocena 2,04 świadczy o tym, że studenci wykonują ją "często", przy tym na starszych latach (IV i V) wskaźnik ten wynosi 2,13. Około 1/4 ogółu badanych uważa, że "systematycznie" analizuje czytany tekst, natomiast 21% ankietowanych czynność tę wykonuje tylko "czasem" (są to przeważnie studenci słabsi).

b. "Uzupełnianie luk w rozumowaniu". To, co dla autora podręcznika, monografii czy artykułu jest w rozumowaniu oczywiste, dla czytelnika może być mało przejrzyste. Dla pełnego zrozumienia tekstu trzeba wtedy wykonać np. dodatkowe rachunki albo sięgnąć wstecz, do innych twierdzeń wyjaśniających tok rozumowania.

Z przeprowadzonych badań wynika, że starsi studenci wyraźnie częściej odczuwają potrzebę dokładniejszego rozumienia tekstu (średnia na latach II i III - 1,74, na IV i V - 2,07). Widoczna jest też różnica między studentami uzyskującymi słabe i bardzo dobre wyniki w nauce (odpowiednie średnie 1,95 i 2,31). Spośród najlepszych studentów 87,5% uważa, że uzupełnia luki w rozumowaniu co najmniej "często".

c. "Odpowiadanie na nasuwające się pytania". Niezależnie od luk występujących w tekście, czytelnikowi mogą nasuwać się dodatkowe pytania dotyczące np. wagi analizowanych treści, związków analizowanego materiału z już opracowanym bądź powiązań z innymi przedmiotami. Okazuje się, że badani studenci niezbyt często próbują odpowiadać na nasuwające się pytania (średnia 1,41). A może raczej rzadko pojawiają się w ich umysłach poważne wątpliwości? I tutaj, podobnie jak w większości przypadków, wyższą średnią notujemy na latach starszych (II i III - 1,34, IV i V - 1,54).

d. "Sporządzanie szkicu dowodu". Przeciętna ocena 1,12 sugeruje, że niestety znaczna część studentów nie sporządza planów do-

wodów. Aż 22,5% ogółu badanych przyznało, że nie robi tego "nigdy". Szkicowanie pozwala przecież uchwycić przewodnią myśl złożonego dowodu. Tymczasem, aż 75,7% badanych na latach młodszych i 67,8% na latach starszych oraz prawie 90% studentów najsłabszych twierdzi, że wykonuje tę czynność co najwyżej "czasem". Zjawisko to należy chyba uznać za wysoce niepokojące.

e. "Sprawdzanie rozumienia przez konstrukcję przykładu lub ilustrację". Czynność tę wykonują badani tylko "czasem" - średnia 1,17. Jest to jedyna czynność, którą studenci II i III roku wykonują częściej niż ich starsi koledzy (odpowiednie średnie - 1,22 i 1,08). Być może wynika to z nawyków powstałych jeszcze w szkole średniej, gdzie na ogół definicje i twierdzenia ilustruje się wieloma przykładami. Studenci starszych lat potrafią myśleć bardziej abstrakcyjnie i odczuwają taką potrzebę w mniejszym stopniu. Warto zauważyć, że znów studenci najlepsi omawianą czynność wykonują najczęściej, choć uzyskana średnia 1,25 wskazuje, że jest to także niewiele więcej niż "czasem".

Ad. 3. Czytanie podsumowujące i utrwalanie.

a. "Wyszukiwanie związków z wcześniej poznanymi pojęciami". Średni wskaźnik dla tej czynności wynosi 1,54, a dla studentów najsłabszych - 1,26. Tylko 10,4% badanych twierdzi, że czyni to "systematycznie". Dla około połowy ankietowanej grupy, która co najwyżej "czasem" wykonuje omawianą czynność, zdobywana wiedza stanowi zlepek słabo związanych ze sobą pojęć. Taka zaś nie ustrukturyzowana wiedza nie jest ani operatywna, ani trwała.

b. "Powtarzanie informacji" ma na celu przede wszystkim utrwalenie przerobionych treści, ale może także powodować ułożenie ich w pewną logiczną całość. Pozwala ponadto zauważyć niejasności, które nie zostały wcześniej uchwycone, a należy je przeanalizować. Około 3/4 ogółu badanych studentów utrwała przeczytany materiał przez powtarzanie co najmniej często, przy tym znowu starsi studenci czynią to częściej, choć różnica jest niewielka (średni wskaźnik dla studentów młodszych wynosi 1,89, a dla starszych 1,92).

c. "Pamięciowe powtarzanie informacji" może pojawiać się w różnych momentach procesu uczenia się, najczęściej jednak występuje w końcowym jego etapie. Jest to nie tylko sposób prowadzący do trwałego zapamiętania definicji, twierdzeń i dowodów, ale także metoda uczenia się języka matematycznego oraz forma kontroli opa-

nowania przerobionego materiału. Wydaje się, że szczególnie cenna jest ta czynność dla studentów młodszych, którzy zapoznają się z podstawami matematyki wyższej i wiedza zdobywana przez nich w ramach podstawowych przedmiotów będzie intensywnie wykorzystywana w dalszym toku nauki. Wyniki naszych badań wskazują jednak, że tylko niewiele ponad połowa badanych studentów pamięciowo powtarza zdobyte informacje, przy tym studenci starsi wykonują to, mimo wszystko, nieco częściej (średnia na II i III roku - 1,54, na IV i V - 1,66).

WNIOSKI

Na podstawie przedstawionych wyżej omówień można przypuszczać, że młodzież podejmująca studia matematyczne nie wynosi ze szkoły średniej umiejętności uczenia się tekstów matematycznych. Dopiero w toku studiów, z upływem czasu przyswajają sobie metody pracy z tekstem. Widać wyraźnie, że czynności, które kolejno prowadzą do pełnego zrozumienia i trwałego opanowania wiedzy, przeważnie częściej wykonywane są przez studentów IV i V roku studiów, aniżeli przez słuchaczy młodszych lat. Okazało się ponadto, że sposób uczenia się studentów uzyskujących dobre wyniki w nauce jest znacznie bliższy przedstawionemu tu modelowi pracy z tekstem. Różnice między studentami najsłabszymi a najlepszymi są szczególnie widoczne w niektórych niezwykle istotnych etapach nauki, jak np. ustalanie i uzupełnianie luk w rozumowaniach, czy też korzystanie z dodatkowej literatury. Dociekliwość dobrych studentów jest niewątpliwie jedną z przyczyn sukcesów, jakie odnoszą w czasie studiów.

Wiele jest powodów osiągnięcia przez studentów lepszych lub gorszych wyników w nauce. Mogą to być przyczyny natury obiektywnej, takie jak np. organizacja studiów, motywacje wynikające z różnych warunków zewnętrznych, ale także przyczyny subiektywne, typu: ambicje osobiste, zainteresowanie przedmiotem studiowania, systematyczność w pracy itd. Czasem jednak, mimo najlepszych chęci studenta, znacznym utrudnieniem w nauce może być nieznamość sposobów uczenia się. Sądzymy, że szkoda jest czasu i energii na to, by każdy student sam, indywidualnie dopracowywał się własnych metod zdobywania wiedzy. Warto, by już na pierwszych latach studiów nauczyciele akademicki poświęcili więcej uwagi zapoznaniu studen-

tów z metodami pracy z tekstem matematycznym i wprowadzili swoich uczniów w tajniki efektywnego studiowania.

Mamy pełną świadomość niedoskonałości przedstawionego wyżej modelu pracy z tekstem matematycznym oraz niedoskonałości zastosowanych metod badawczych. Omówione tu zagadnienie wymaga dalszych działań prowadzących do wypracowania prawidłowego modelu uczenia się różnych tekstów matematycznych, oraz środków badawczych pozwalających odzwierciedlać faktyczne sposoby uczenia się, stosowane przez studentów. Pozwoli to przygotować propozycje kształcenia studentów - przyszłych nauczycieli - w zakresie metodologii pracy z tekstem matematycznym. Wdrożenie zaś studentów do stosowania prawidłowych metod uczenia się zapewne ułatwi im proces przyswajania sobie trudnych przecież treści matematycznych, a z drugiej strony spowoduje, że w przyszłej pracy zawodowej będą te metody przekazywać swoim uczniom.

LITERATURA

- [1] Krygowska Z., *Zarys dydaktyki matematyki*, t. 2, Warszawa 1977.
- [2] Pólturzycki J., *Ucz się sam*, Warszawa 1967.
- [3] Rudniański J., *Uczelnia i ty*, Warszawa 1987.

Wykonano w ramach RPBP III.30. V.0.

Instytut Matematyki
Uniwersytetu Łódzkiego

Monika Fabijańczyk, Anna Warężak

THE STUDENT'S WORK ON A MATHEMATICAL TEXT

The present paper presents the results of the investigations carried out among the students of mathematics of Łódź University, concerning individual techniques of reading and analysing a mathematical text. These results point out that young people taking up their studies do not bring away from the secondary school any skill in reading a scientific text. It is only in the course of the studies that they labour their own methods of work. The techniques of work of students of higher years and very good students are considerably clo-

ser to the model techniques presented in the paper. Some of the failures in the learning of students of lower years result from the ignorance of effective ways of learning. It is therefore worth while for the academic teachers to devote already during the first years of studies, more attention to acquainting their students with the methods of working on a mathematical text and to bring them into the arcana of the effective studying.