

Paweł Jokiel

PRZEPŁYWY EKSTREMALNE WYBRANYCH RZEK ŚRODKOWEJ POLSKI W LATACH 1951–2000

*Kiedy dojdzie do klęski żywiołowej, różnice w charakterach
powodują, że jedni z nas stają się ratownikami, inni podejmują
działania mające na celu zapobieżenie przyszłym katastrofom,
a wielu pozostaje tylko ciekawymi widzami.*

Ernest Żebrowski, *Niespokojna Planeta*

HYDROLOGICZNE ZJAWISKA EKSTREMALNE

Zdarzenia i zjawiska ekstremalne zachodzące w środowisku wywołują zwykle poważne skutki ekonomiczne i społeczne. W tym kontekście szczególnie interesujące są pytania, czy częstotliwość i skala tego rodzaju zdarzeń zmieniała się w przeszłości i czy będzie się zmieniać nadal oraz jaki był i będzie w przyszłości wpływ tych przemian na jakość życia społeczeństw? Z drugiej strony, wieloletnia działalność ekonomiczna człowieka na Ziemi odcisnęła już swe piętno na charakterze wielu procesów meteorologicznych, hydrologicznych i geofizycznych, i to nie tylko w aspekcie ich intensywności, skali czy częstości, ale powołała także do życia nowe „demony zniszczenia” – zjawiska bezpośrednio związane z tą działalnością. Może więc za przebieg współczesnych zjawisk ekstremalnych i ich skutki w większym stopniu odpowiadamy my sami, a przyroda jest tu raczej „ofiara” niż „sprawcą”? W tle tych wszystkich rozważań i problemów pobrzmiewa jeszcze jedno pytanie: czy niekwestionowane już globalne ocieplenie wywołuje zwiększenie częstości i intensywności pojawiania się ekstremalnych zjawisk w atmosferze i hydrosferze?

Nie ma na razie przekonujących dowodów na to, by w ostatnim stuleciu globalne ocieplenie wywoływało wzrost liczby czy też skali ekstremalnych zjawisk hydro-meteorologicznych (Bartnik, Jokiel 2007). Notuje się, co prawda, w naszych szerokościach geograficznych pewien wzrost dynamiki

klimatu, ale polega on raczej na częstszym przechodzeniu między różnymi typami pogody, a nie na przyroście liczby jej ekstremalnych stanów. Biorąc pod uwagę fakt, iż relacja: stan pogody → przepływ rzeki odbywa się poprzez ogniwo pośrednie, jakim jest retencja zlewni, skutki ekstremalnych zjawisk pogodowych są „filtrowane”, a na wyjściu otrzymujemy odpowiedź zależną nieliniowo. Warto także pamiętać, że odnajdywane współcześnie mniej lub bardziej wiarygodne i trwałe tendencje odnośnie do pojawiania się zdarzeń ekstremalnych stanowią zwykle niewielki procent obserwowanych corocznie zmian sezonowych czy fluktuacji wieloletnich. Konieczny jest zatem nie tylko umiar przy kreśleniu scenariuszy na przyszłość, ale nawet ostrożność przy formułowaniu uogólnień odnośnie do przeszłości (Smith, Ward 1998).

Choć ekstremalne zjawiska hydrologiczne nie mają w Polsce tak wielkich rozmiarów i groźnych skutków, jak to ma miejsce w innych częściach świata, to przecież duże wezbrania rzek oraz bardzo głębokie i długotrwałe niżówki także u nas stwarzają poważne zagrożenie dla gospodarki, a bywa, że również dla życia ludności (Jokiel, Tomalski 2004). Warto przy tym podkreślić, iż straty powodowane nadmiarem i niedoborem wody wzrastają w miarę rozwoju gospodarczego i cywilizacyjnego. Bowiem im bogatsza infrastruktura i poziom zagospodarowania terenu, tym szkody wywołane przez nadmiar czy też brak wody są coraz wyższe. Wygląda więc na to, że pomimo wielu starań i osiągnięć w zakresie ochrony przeciwpowodziowej i gospodarki wodnej jesteśmy dziś nie mniej uzależnieni od sił przyrody niż dawniej. Pojęcia takie jak *wezbranie* i *niżówka* weszły już nawet na stałe do słownika, używanego w środkach masowego przekazu, chociaż nie każde wezbranie musi wywołać „powódź stulecia”, a każda susza spowodować upadek krajowego rolnictwa.

Precyzyjne zdefiniowanie pojęcia *wezbranie* nie jest wcale proste. Można tu bowiem stosować różne kryteria, w tym przede wszystkim hydrologiczne i gospodarcze. Definicja wezbrania dość istotnie zależy także od przyjętego poziomu odniesienia, czyli od stanu wody lub przepływu granicznego. W potocznym tego słowa znaczeniu wezbraniem nazywamy gwałtowne i wyraźne podniesienie się stanu wody w rzece lub w innym zbiorniku wody powierzchniowej, wywołane wzmożonym zasilaniem lub podpiętrzeniem spowodowanym utrudnieniami w swobodnym odpływie. Stan podniesionego zwierciadła utrzymuje się zwykle przez pewien czas, a zatem wezbranie należy rozpatrywać jako okres hydrologiczny, w którym stany są wyższe niż przed jego rozpoczęciem. Każde wezbranie należy więc analizować zarówno w kategoriach jego wysokości, jak i czasu trwania.

Pojęcie *wezbranie* nie jest przy tym tożsame z pojęciem *powódź*, choć oczywiście są one wzajemnie powiązane. O ile bowiem wezbranie jest zjawis-

kiem hydrologicznym, o tyle powódź należy do grupy zjawisk o charakterze przyrodniczo-gospodarczym. Upraszczając nieco, można powiedzieć, że powódź jest to wezbranie przynoszące szkody człowiekowi, w tym szkody gospodarcze, społeczne i moralne. Jest ona zatem jedną z klęsk żywiołowych. Każda powódź jest wynikiem takiego czy innego wezbrania, ale nie każde wezbranie musi się skończyć powodzią. Miernikiem wielkości powodzi może być zarówno liczba ofiar, jak i wielkość strat materialnych. Tylko w latach 1990–1998 zdarzyło się na świecie sześć wielkich powodzi, w czasie których liczba ofiar przekroczyła 1000 osób, i pięć powodzi, w czasie których straty materialne były wyższe od 12 mld \$ (Kundzewicz 2000). W latach 1985–1999 straty powodziowe stanowiły 29% globalnych strat wywołanych przez klęski żywiołowe.

Także pojęcie *niżówka* nie jest ostre. Najczęściej rozumiana jest ona jako okres, w którym przepływy (stany wody) są niższe od przyjętej wartości granicznej. Bardzo często wiąże się ją także z okresem, w którym rzeka zasilana jest niemal wyłącznie wodami podziemnymi, a ilość wody, jaka płynie wówczas w korycie, zależy głównie od stopnia napełnienia drenowanych zbiorników wód podziemnych jej zlewni. W fazie recesji niżówki przepływ rzeki może być nawet traktowany jako swobodna odpowiedź tych zbiorników. Bardzo ważną charakterystyką niżówki jest jej głębokość. Z jednej strony informuje ona bowiem o stopniu wyczerpania się zasobów wodnych zlewni, z drugiej zaś zależy od niej czas powrotu do poziomu normalnego i wielkość alimentacji niezbędna dla jego ustabilizowania.

Z pojęciem niżówki wiąże się nierozdzielnie termin *susza*. Można nawet dowiedzieć, iż niżówka w rzece jest jej ostatnim stadium, poprzedzonym suszą atmosferyczną, glebową i spadkiem poziomu zwierciadła wody podziemnej (suszą hydrologiczną) – Dubicki (2002). Susze towarzyszyły człowiekowi od zawsze. Okresy suche uzyskiwały dawniej miana lat „cierpienia” i „głodu”. Współcześnie kojarzone są one raczej z ogromnymi problemami w zaopatrzeniu w wodę miast i przemysłu czy też stratami w rolnictwie, choć przecież nawet dziś niedostatek opadów w krajach słabo rozwiniętych powoduje nie tylko negatywne skutki ekonomiczne, ale prowadzi do klęsk głodu i epidemii. Przykładem była, trwająca z przerwami ponad 20 lat, susza w Sahelu (1968–1990), w czasie której zmarło wskutek pragnienia i głodu ponad 0,5 mln ludzi, a wielokrotnie więcej zostało dotkniętych jej skutkami. Warto przy okazji pamiętać, że w przeciwieństwie do wezbrań i powodzi, susze i niżówki „przychodzą cicho”, zwykle bez spektakularnych zdarzeń i towarzyszącego im zainteresowania medialnego. Nie są one również zjawiskiem chwilowym, po którym wszystko wraca szybko do normy. Skutki susz i głębokich niżówek są bowiem odczuwane długo i dotyczą zarówno ekosystemy, jak i dziedziny ludzkiej aktywności.

ZAKRES OPRACOWANIA

Wezbrania i niżówki są swoistymi okresami w „życiu” rzeki, których skala i powtarzalność zależy od jej reżimu. Zjawiska te charakteryzuje szereg parametrów pozwalających na ich opis fizyczny i statystyczny. Do najważniejszych należą tu: objętości wezbrań i niżówek, czasy ich trwania oraz ich wysokość i głębokość. Śledzenie wieloletnich zmian wszystkich tych parametrów jednocześnie i w odniesieniu do ww. okresów hydrologicznych, choć możliwe, jest trudne, skomplikowane i nierzadko jałowe, bowiem, jak podkreśliłem wcześniej, definicje obu tych okresów są nieostre oraz zawierają szereg elementów subiektywnych i założeń zmiennych w czasie. Może dlatego w praktyce hydrologicznej i inżynierskiej większą wagę przywiązuje się do badania, uzyskiwanych na drodze statystycznej analizy hydrogramu, przepływów: charakterystycznych, miarodajnych, kontrolnych i konwencjonalnych, niż do poszukiwania przemian w strukturze całego hydrogramu przepływu, który składa się przecież ze zmieniającej się kombinacji różnej skali wezbrań i niżówek, nawleczonych na nitkę czasu.

Zbiór używanych tu charakterystyk jest dość obszerny, a ich przegląd zawiera większość podręczników z hydrologii (Dębski 1970, Lambor 1971, Ozga-Zielińska, Brzeziński 1994, Byczkowski 1996). Zmienne te, a także ich pochodne lub kombinacje, są obecnie podstawą nie tylko analiz i projektów inżynierskich, ale stanowią także swego rodzaju kanon niezbędny przy rozwiązywaniu różnych naukowych i inżynierskich problemów hydrologicznych, w tym zagadnień związanych z poszukiwaniem odpowiedzi na wyżej postawione pytania.

Szczególną rolę pełnią tutaj analizy wykonywane w ramach tzw. hydrologii stochastycznej, a w szczególności badania prowadzone przy okazji budowania różnorodnych modeli procesu przepływów (Svanidze, 1968, Weiss 1977, Mitosek 1984), ocenach jednorodności i sezonowości zjawiska odpływu (Węglarczyk 1998), czy też w ramach badań stochastycznej natury procesu odpływu (Yevjevich 1972, Mitosek 2000, Bartnik, Jokiel 2005). Zauważmy przy tym, że przepływy rzeczne – w zależności od potrzeb i skali analiz – albo traktujemy jako zjawisko losowe, podkreślając, że są one silnie uzależnione od opadu atmosferycznego, którego losowość nie budzi w zasadzie wątpliwości, albo kontestujemy tę losowość, zwracając uwagę na istotną rolę, jaką w kształtowaniu chwilowych przepływów odgrywa szeroko pojmowana retencja zlewni i związana z nią inercja procesu odpływu.

Liczną grupę przepływów charakterystycznych stanowią okresowe przepływy ekstremalne, w tym maksima i minima miesięczne i roczne oraz przepływy prawdopodobne o określonym prawdopodobieństwie przekroczenia lub nieosiągnięcia, uzyskiwane na drodze analiz ciągów wcześniej wymienionych charakterystyk. Liczby te, odpowiednio wykorzystane, mogą być nie

tylko materiałem dla dokumentacji hydrologicznej obiektu hydrotechnicznego czy projektu z zakresu szeroko pojmowanej gospodarki wodnej, ale także nieocenionym źródłem informacji do wieloaspektowej naukowej analizy wieloletnich zmian i zmienności przepływu rzecznoego, w tym tendencji, fluktuacji i zmienności występujących w obrębie jego ekstremów.

Zaprezentowane niżej opracowanie jest próbą wieloaspektowej, statystycznej analizy 50-letnich serii miesięcznych przepływów ekstremalnych trzech dużych rzek środkowej Polski: Warty w Sieradzu, Bzury w Sochaczewie i Pilicy w Przedborzu (1951–2000). Rzeki te, choć płyną na peryferiach ww. obszaru, odgrywają najważniejszą rolę w jego gospodarce wodnej i w procesie zaopatrzenia go w wodę. Znajomość ich reżimu i identyfikacja jego przemian w czasie, zwłaszcza w odniesieniu do przepływów niskich i wysokich, jest więc podstawową przesłanką dla planowania i prowadzenia w przyszłości racjonalnej gospodarki wodnej w skali regionu (Jokiel 2004). Warto przy okazji dostrzec, iż znaczna część obszaru ich zlewni należy do najuboższych w wody powierzchniowe regionów Polski, a jednocześnie w badanych rzekach zdarzają się niekiedy niebezpieczne wezbrania, podtopienia, a nawet powodzie.

Opracowanie to można potraktować także jako przykład w miarę pełnej statystycznej analizy wieloletnich serii miesięcznych ekstremów przepływu rzeki, przy równoczesnym wskazaniu różnych możliwości i kierunków wnioskowania odnośnie do hydrologicznych zjawisk ekstremalnych. Jest ono jednocześnie próbą zaprezentowania kilku charakterystyk i procedur statystycznych użytecznych w analizach hydrologicznych, i to nie tylko przy ocenach zmienności sezonowej i wieloletniej, ale także przy identyfikacji pojawiających się w różnych skalach czasowych prawidłowości, anomalii i tendencji.

Materiałem liczbowym będą zanotowane w badanym okresie zbiory maksymalnych ($WQ_{m_{ji}}$) i minimalnych ($NQ_{m_{ji}}$) przepływów miesięcznych trzech wymienionych rzek. Zbiory te mają postać macierzy o wymiarach 50×12 :

$$\begin{array}{ccccc}
 XQ_{m(1,1)} & XQ_{m(1,2)} & \dots & XQ_{m(1,12)} & \\
 XQ_{m(2,1)} & XQ_{m(2,2)} & \dots & XQ_{m(2,12)} & \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 XQ_{m(50,1)} & XQ_{m(50,2)} & \dots & XQ_{m(50,12)} &
 \end{array} \quad (1)$$

Uwzględnione w opracowaniu wielolecie, zarówno w aspekcie długości, jak i charakteru, zapewnia dużą wiarygodność i reprezentatywność wyników i wniosków merytorycznych oraz metodycznych. Warto przypomnieć, iż już

serie 30-letnie są dość powszechnie akceptowane jako materiał wystarczający do prowadzenia tego rodzaju badań (Kaczmarek 1970, Ozga-Zielińska, Kupczyk i in. 2003, Ward, Robinson 2000).

FUNKCJE ROZKŁADU EKSTREMALNYCH PRZEPŁYWÓW MIESIĘCZNYCH I KWANTYLE PRAWDOPODOBIENSTWA

Metodyka analiz

Procedurę identyfikacji statystycznych rozkładów prawdopodobieństwa dla 12 ciągów miesięcznych przepływów maksymalnych (WQ_m) i takiej samej liczby ciągów przepływów minimalnych (NQ_m), każdej z badanych rzek, rozpoczęto od analizy jednorodności statystycznej. Wystarczający poziom jednorodności genetycznej zapewniło podzielenie każdego ze zbiorów ekstremów na 12 jednoimiennych podzbiorów. W pierwszym etapie testem Grubbsa-Becka zbadano, czy ciągi ekstremów miesięcznych nie zawierają elementów odstających, czyli takich, których wartości przekraczają górną lub nie osiągają dolnej granicy przedziału ufności testu ($\alpha = 0,1$) – R. Zieliński, W. Zieliński (1990). Uzyskane tu wyniki, podobnie jak inne zaprezentowane niżej statystyki, zamieszczono w zał. I–VI. W przypadku wykrycia elementów odstających wartości te były powtórnie weryfikowane pod kątem jednorodności genetycznej. Jeśli nie wykryto błędu grubego, to zgodnie z twierdzeniem Neymanna wartości te nie były usuwane.

W kolejnym etapie badano niezależność szeregów. Wykorzystano tu zarówno informacje płynące z obliczonych wcześniej współczynników autokorelacji ($k = 1, 2, 3, \dots$) – zał. I–VI, jak i zalecany w takich przypadkach test serii (*Zasady obliczania...* 2001). Wartości obliczone i krytyczne porównywano na poziomie istotności $\alpha = 0,05$.

Zbadano również niestacjonarność szeregów przy użyciu testu sumy rang Kruskala–Wallisa. Przyjmowano każdorazowo założenie, że niezależna zmienna losowa podlega dowolnemu, ciągłemu rozkładowi prawdopodobieństwa. Weryfikacji hipotez dokonywano w oparciu o test χ^2 Pearsona, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ (zał. I–VI). Dodatkowe informacje odnośnie do stacjonarności ciągów uzyskano w trakcie obliczania i badania istotności trendów oraz z wykonywanych w razie potrzeby (różne wyniki testów) testów na trendy średniej i wariancji (Spearmana) – R. Zieliński, W. Zieliński (1990). Przyjęto także, na szczęście zbędną, zasadę, iż w sytuacji, gdy większość zastosowanych wcześniej testów dyskwalifikuje szereg, dalsza jego analiza jest niecelowa.

Do matematycznego opisu empirycznych rozkładów ekstremalnych miesięcznych przepływów badanych rzek wybrano cztery, najczęściej stosowane w hydrologii i zalecane w wielu opracowaniach, funkcje prawdopodobieństwa

(Dębski 1970, Punzet, Żelazinski 1970, Kaczmarek 1970, Lambor 1971, Ozga-Zielińska, Brzeziński 1994, Byczkowski 1996, Węglarczyk 1998, Ward, Robinson 2000, *Zasady obliczania...* 2001, Mitosek 2003, Bartnik 2005, Bartnik, Jokiel 2005):

- rozkład log-normalny,
- rozkład Weibulla,
- rozkład gamma,
- rozkład log-gamma.

Ich funkcje gęstości opisane są równaniami:

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (X-d) \cdot \delta} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(X-d) - \mu}{\delta} \right)^2 \right] \rightarrow \text{rozkład log-normalny} \quad (2)$$

Parametry: $\mu > 0$; $\sigma > 0$, a także $X \geq d$

$$f(X) = \beta \alpha^{-\beta} (X-d)^{\beta-1} \exp[-\alpha^{-\beta} (X-d)^{\beta}] \rightarrow \text{rozkład Weibulla} \quad (3)$$

Parametry: $\alpha > 0$; $\beta > 0$, a także $X \geq d$

$$f(X) = \frac{(X-d)^{\lambda-1}}{\alpha^{\lambda} \Gamma(\lambda)} \exp \left(-\frac{X-d}{\alpha} \right) \rightarrow \text{rozkład gamma} \quad (4)$$

Parametry: $\alpha > 0$; $\lambda > 0$; $X \geq d$

$\Gamma(\lambda)$ – funkcja gamma Eulera

$$f(X) = \frac{(\ln X - \ln d)^{\lambda-1}}{\alpha^{\lambda} \Gamma(\lambda) X} \exp \left(-\frac{\ln X - \ln d}{\alpha} \right) \rightarrow \text{rozkład log-gamma} \quad (5)$$

Parametry: jak w (4).

Wszystkie one są funkcjami trójparametrycznymi, lewostronnie ograniczonymi (dolne ograniczenie, parametr skali i parametr kształtu). W procedurach estymacji ich parametrów przyjęto także, iż dolne ograniczenie (d) musi być dodatnie i mniejsze od najmniejszego elementu danego ciągu.

Zastosowana do estymacji parametrów, każdej z branych pod uwagę funkcji, metoda największej wiarygodności pozwala iteracyjnie dobrać zestaw parametrów spełniający określone założenia (Condie, Nix 1975, Kite 1988). W ogólności procedura ta sprowadza się do znalezienia takiego zestawu estymatorów parametrów, dla których prawdopodobieństwo zaobserwowania danej próby (wartości empirycznych) jest największe. Jakość dopasowania

każdej teoretycznej funkcji rozkładu z danym „zespołem” estymatorów jej parametrów do rozkładu empirycznego – badano testem χ^2 , zakładając 5% poziom istotności. Natomiast wyboru najlepszego zestawu parametrów, w ramach danej funkcji rozkładu, dokonywano przy użyciu statystyki $D_{\max}$ – Kołmogorowa, poprzez identyfikację $\min(D_{\max})$ – zał. I–VI. Warto podkreślić, że w szeregu przypadkach wszystkie z „próbowanych” funkcji danego typu rozkładu były sprzeczne, a w konsekwencji tylko funkcje jednego lub dwu rozkładów opisanych równaniami (2), (3), (4) i (5) mogły być brane pod uwagę i weryfikowane przy użyciu kryterium KA – Akaike.

Dla każdej z wybranych w ten sposób funkcji danego typu (czterech lub mniej) obliczano wartość KA (kryterium Akaike). Równania służące otrzymywaniu tej statystyki, dla ww. rozkładów, zawiera cytowane już wcześniej opracowanie – *Zasady obliczania...* (2001). Najniższa wartość KA wskazuje na najbardziej wiarygodną funkcję rozkładu (spośród badanych) – zał. I–VI.

Tabela 1

Rozkłady statystyczne miesięcznych ekstremów przepływu

Statistic distribution of monthly extremes of a flow

Rzeka		XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI-IV	V-X	XI-X
Maksima																
Warta	WQ _m	G	WE	LN	WE	G	WE	G	G	G	LN	WE	LG	G	LN	G
Bzura	WQ _m	LG	G	LN	G	LG	WE	LG	G	LG	LG	LG	LN	G	LG	LN
Pilica	WQ _m	LG	WE	LG	G	WE	G	G	LG	WE	LG	G	WE	LG	WE	G
Minima																
Warta	NQ _m	WE	LG	WE	WE	WE	LN	G	WE	WE	WE	LG	LG	G	WE	WE
Bzura	NQ _m	LN	LG	G	WE	WE	LG	WE	WE	LG	LG	LN	WE	LG	WE	WE
Pilica	NQ _m	LG	LG	LN	WE	G	G	WE	WE	WE	WE	G	WE	LN	WE	WE

G – gamma; LN – log-normalny; WE – Weibulla; LG – log-gamma.

Uzyskane w powyższy sposób równania funkcji rozkładów dla poszczególnych miesięcy (XI–X), przepływów charakterystycznych (WQ_m, NQ_m) i rzek (Warta, Bzura i Pilica) umożliwiły obliczenie zadanych kwantyli przekroczenia. Warto w tym miejscu dodać, iż w identyczny sposób zidentyfikowano również rozkłady i obliczono stosowne kwantyle dla półroczy zimowego i letniego oraz dla roku – zał. I–VI. W tym ostatnim przypadku, jako maksimum roczne przyjmowano przepływ najwyższy (dla minimów – najniższy) z półrocznych (zasada alternatywy niewykluczających się zdarzeń niezależnych).

Rozkłady prawdopodobieństwa

Z przeprowadzonych obliczeń jasno wynika, że badane 50-elementowe ciągi maksimów i minimów miesięcznych trzech wybranych rzek charakteryzują się różnymi rozkładami, a w ich układzie sezonowym trudno odnaleźć wyraźny porządek lub jednoznaczne prawidłowości – tab. 1. Szeregi WQ_m niemal równie często opisywane są rozkładami gamma, log-gamma i Weibulla. Stosunkowo rzadko pojawia się natomiast rozkład log-normalny – tab. 2. Potwierdzenie znajduje zatem sugestia Węglarczyka (1998), iż rozkłady prawdopodobieństwa „różnoimiennych” przepływów dobowych i miesięcznych są różne, a w konsekwencji można przyjąć, że ich zbiory są populacjami zmieniającymi się cyklicznie, z okresem równym 1 rok (Yule, Kendall 1966).

Tabela 2

Liczba poszczególnych rozkładów
Number of particular distributions

Maksima		
WE-4, G-5, LN-2, LG-1	Warta	WQ_m
WE-1, G-3, LN-2, LG-6	Bzura	WQ_m
WE-4, G-4, LN-0, LG-4	Pilica	WQ_m
WE-9, G-12, LN-4, LG-11	Razem	
Minima		
WE-7, G-1, LN-1, LG-3	Warta	NQ_m
WE-5, G-1, LN-2, LG-4	Bzura	NQ_m
WE-6, G-3, LN-1, LG-2	Pilica	NQ_m
WE-18, G-5, LN-4, LG-9	Razem	

Oznaczenia jak do tab. 1.

Described as in tab. 1.

Zauważmy jednak, że dla miesięcy wezbrań roztopowych (II, III, IV) charakterystyczne są zwykle rozkłady gamma i Weibulla, a dla miesięcy wezbrań opadowych – letnich (VI, VII, VIII) – funkcje gamma i log-gamma. Inaczej jest w przypadku minimów miesięcznych. Najwięcej ciągów może być tu opisane rozkładem Weibulla, znacznie mniej log-gamma, a bardzo rzadko pojawiały się dwie pozostałe funkcje.

Analizując funkcje rozkładów ekstremów obliczonych dla półrocza zimowego i letniego, zauważymy, że w przypadku maksimów pierwszego półrocza najbardziej wiarygodny jest rozkład gamma lub jego pochodna – log-gamma – tab. 1. W sezonie letnim krzywe rozkładów przybierały zaś różne formy.

Inaczej w przypadku minimów półroczna letniego. Typowy jest tu rozkład Weibulla, zaś dla okresu XI–IV każda z rzek charakteryzuje się innym typem rozkładu. Warto również dostrzec pewne prawidłowości w odniesieniu do ekstremów rocznych. W przypadku minimów funkcją najbardziej wiarygodną jest krzywa Weibulla, zaś rozkłady maksimów obliczone dla rzek, których znaczna część dorzecza znajduje się w obszarze Wyżyn (Warta, Pilica), najlepiej oddaje funkcja gamma (tab. 1).

Uproszczone krzywe rozkładów teoretycznych i wybrane kwantyle tych rozkładów dla półroczy zimowego i letniego oraz roku prezentuje rys. 1. Kształt i przebieg krzywych minimów rocznych i letnich wszystkich trzech zlewni wykazuje daleko idące podobieństwa. Wyraźnie „wyżej” położona jest zaś krzywa rozkładu minimów zimowych. Nieco inny układ charakteryzuje rozkłady maksimów. Jest on przede wszystkim bardziej zróżnicowany. W przypadku Warty kwantyle $p = 1\%$ mają bardzo podobne rzędne, w przypadku Pilicy różnice są stosunkowo niewielkie, natomiast dla Bzury 1% przepływy maksymalne sezonowe i roczne różnią się bardzo wyraźnie. Warto również zwrócić uwagę na stosunkowo wolny „przyrost” przepływu maksymalnego Warty w miarę obniżania prawdopodobieństwa (zima i rok) oraz szybki wzrost w przypadku Bzury.

Jednostkowe odpływy maksymalne roczne, o prawdopodobieństwie przekroczenia 1% , i minimalne roczne, o prawdopodobieństwie przekroczenia 99% , wynoszą odpowiednio:

$$\text{Warta} - W_{q1\%} = 468 \text{ i } N_{q99\%} = 1,20 \text{ [dm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{km}^{-2}\text{]},$$

$$\text{Bzura} - W_{q1\%} = 558 \text{ i } N_{q99\%} = 0,38 \text{ [dm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{km}^{-2}\text{]},$$

$$\text{Pilica} - W_{q1\%} = 949 \text{ i } N_{q99\%} = 0,87 \text{ [dm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{km}^{-2}\text{]}.$$

Jak łatwo dostrzec, najwyższym rocznym odpływem jednostkowym o prawdopodobieństwie przekroczenia 1% charakteryzuje się Pilica w Przedborzu. Jest to wartość niemal dwukrotnie wyższa niż w przypadku Warty i znacznie większa niż Bzury. Warta charakteryzuje się natomiast stosunkowo wysokim „stuletnim” odpływem niskim. Wysoka retencyjność strefy aktywnej wymiany i duży udział podziemnego zasilania Warty i Pilicy znajduje tu pełne odzwierciedlenie (Jokiel 2004). Dla Warty i Bzury przepływy niskie roczne o prawdopodobieństwie przekroczenia 99% są także 8 razy mniejsze od ich przepływu nienaruszalnego. W przypadku Pilicy różnica jest mniejsza – ok. 400% .

Kwantyle prawdopodobieństwa

Na podstawie zidentyfikowanych wyżej najbardziej wiarygodnych funkcji rozkładów prawdopodobieństwa obliczono zbiory wybranych kwantyli prawdopodobieństwa przewyższenia $Q_{m_{\max,p(\%)}}$ i $Q_{m_{\min,p(\%)}}$ – zał. I–VI. Układ kwantyli dobrano tak, aby w przypadku przepływów maksymalnych „zagęś-

cić” strefę niskich prawdopodobieństw, a w odniesieniu do przepływów minimalnych – wysokich.

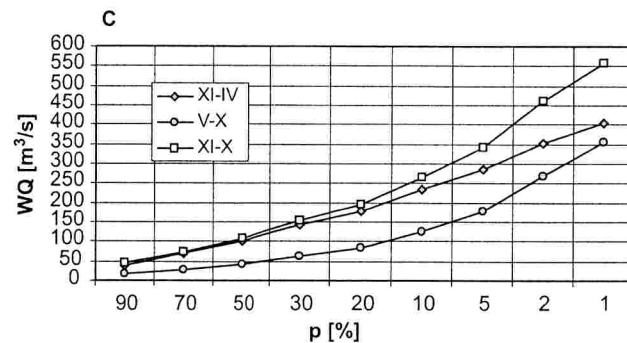
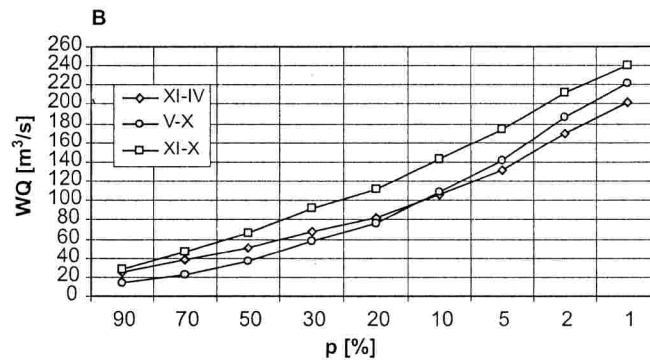
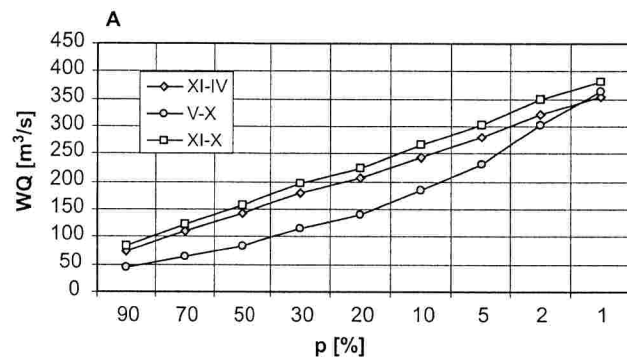
Pierwsza grupa diagramów ilustruje roczną zmienność obliczonych kwantyli prawdopodobieństwa miesięcznych przepływów maksymalnych: Warty, Bzury i Pilicy – rys. 2. Druga sekwencja prezentuje zmienność kwantyli w odniesieniu do minimów przepływu – rys. 3. Na wstępie warto podkreślić, iż kwantyle maksymalne i minimalne, o prawdopodobieństwie przekroczenia lub nieosiągnięcia 1%, są niekiedy odpowiednio wyższe lub niższe od tzw. „wód stuletnich” obliczonych w oparciu o serie ekstremów rocznych – por. zał. I–VI. Wynika to oczywiście z faktu, iż oba zbiory danych wyjściowych (zmiennych losowych) pochodzą z różnych populacji, przy czym szereg wartości miesięcznych można nawet uznać za zbiór złożony, a więc niejednorodny (Węglarczyk 1998, Mitosek 2003).

Rozkład miesięcznych kwantyli przepływów maksymalnych Warty i Pilicy w roku wykazuje daleko idące podobieństwa, zwłaszcza w odniesieniu do tych wartości, które charakteryzują się prawdopodobieństwem przekroczenia mniejszym niż 5% (rys. 2). Najwyższe kwantyle dotyczą stycznia i sierpnia, najniższe zaś – maja i września. Nieco inaczej prezentuje się diagram Bzury. Przypomina on trochę masyw Trzech Koron, widziany z tratwy na Dunajcu, bowiem kwantyle małego prawdopodobieństwa są relatywnie wysokie od stycznia do maja, najniższe natomiast występują w czerwcu i we wrześniu.

Dla kwantyli 10% i więcej różnice między rzekami są mniej wyraźne i mają nieco inny charakter. Maksima dostrzeżemy w marcu i w lipcu, czyli w miesiącach najczęstszych wezbrań. Warto też zauważyć, że wartości marcowe są wyraźnie wyższe od swych odpowiedników z lipca. Jest zatem nieco inaczej niż w przypadku kwantyli małego prawdopodobieństwa, gdzie tylko w przypadku Bzury mieliśmy do czynienia z podobną relacją. Natomiast w odniesieniu do Warty oba kwantyle były niemal takie same, a dla Pilicy wyraźnie wyższy od styczniowego był kwantyl sierpniowy. Z analizy diagramów (rys. 2) jasno wynika także, że porą wezbrań dla trzech badanych rzek jest marzec i lipiec, ale najwyższych kulminacji można się raczej spodziewać w styczniu i w sierpniu (Warta, Pilica) lub w styczniu, marcu i maju (Bzura).

Dużo większe podobieństwa rocznego rozkładu kwantyli prawdopodobieństwa między badanymi rzekami występują w zbiorze $Q_{\min,p(\%)}$. Układ jest tu bardzo czytelny i stosunkowo prosty – rys. 3. Krzywe są gładkie, z wyraźnie zaznaczonym maksimum wiosennym (w marcu i w kwietniu; Warta także w lutym) i minimum letnim (lipiec, sierpień). Na uwagę zasługuje także układ kwantyli wysokiego prawdopodobieństwa przekroczenia np. 99%. Ich roczne maksima są we wszystkich rzekach przesunięte o miesiąc i pojawiają się w kwietniu. Z drugiej strony sierpniowe minima o prawdopodobieństwie nieosiągnięcia 1% są wyższe od wrześniowych.

Przepływy maksymalne

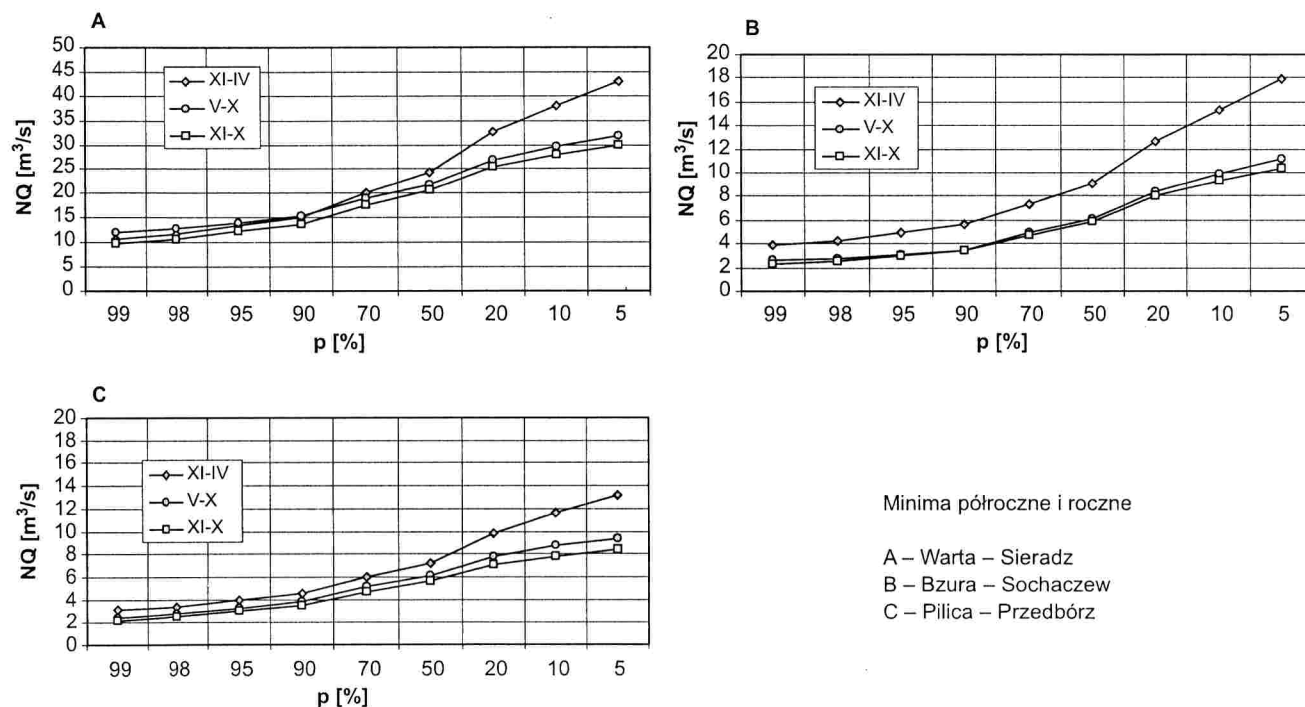


Maksima półroczne i roczne

A – Warta – Sieradz

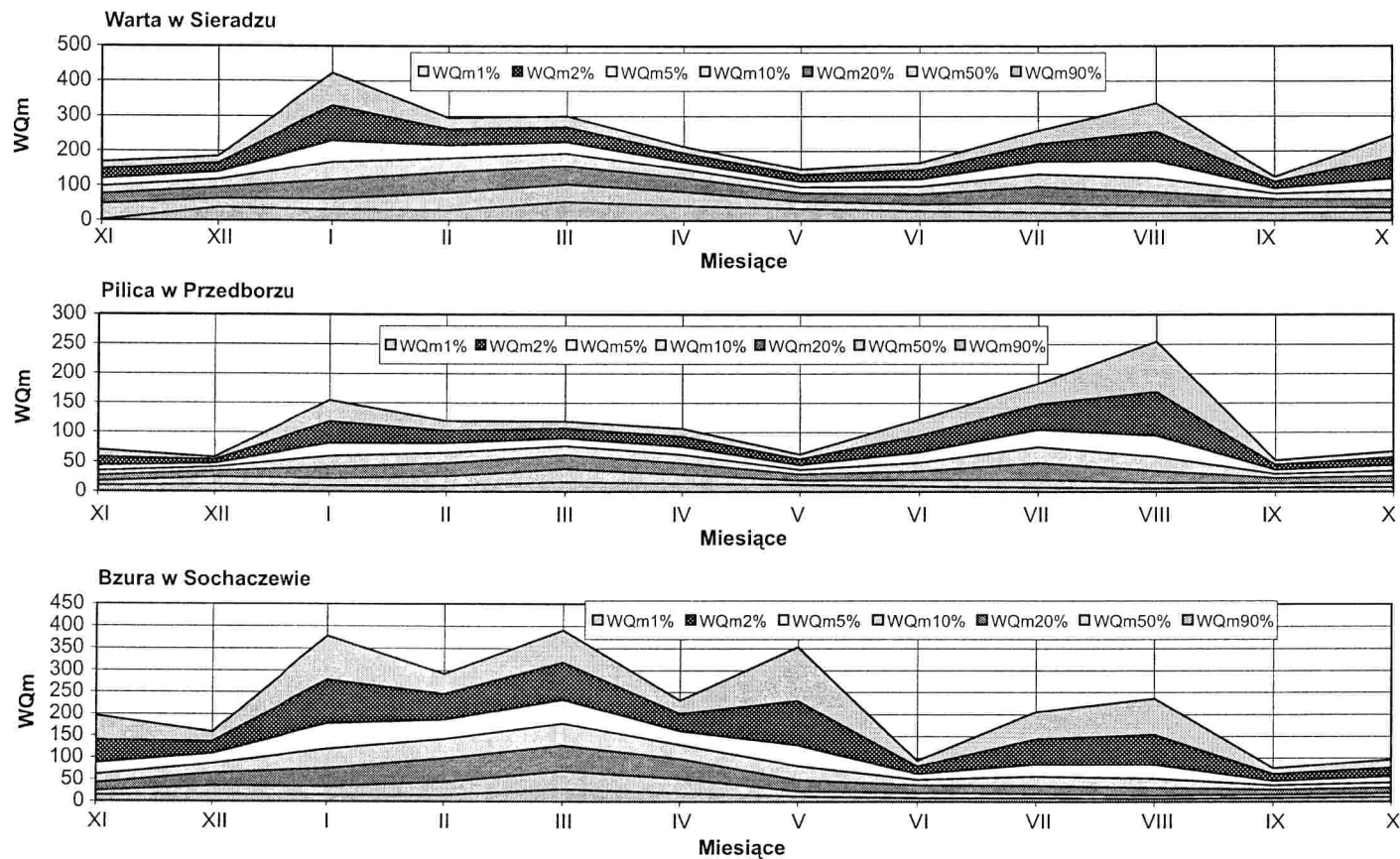
B – Pilica – Przedbórz

C – Bzura – Sochaczew



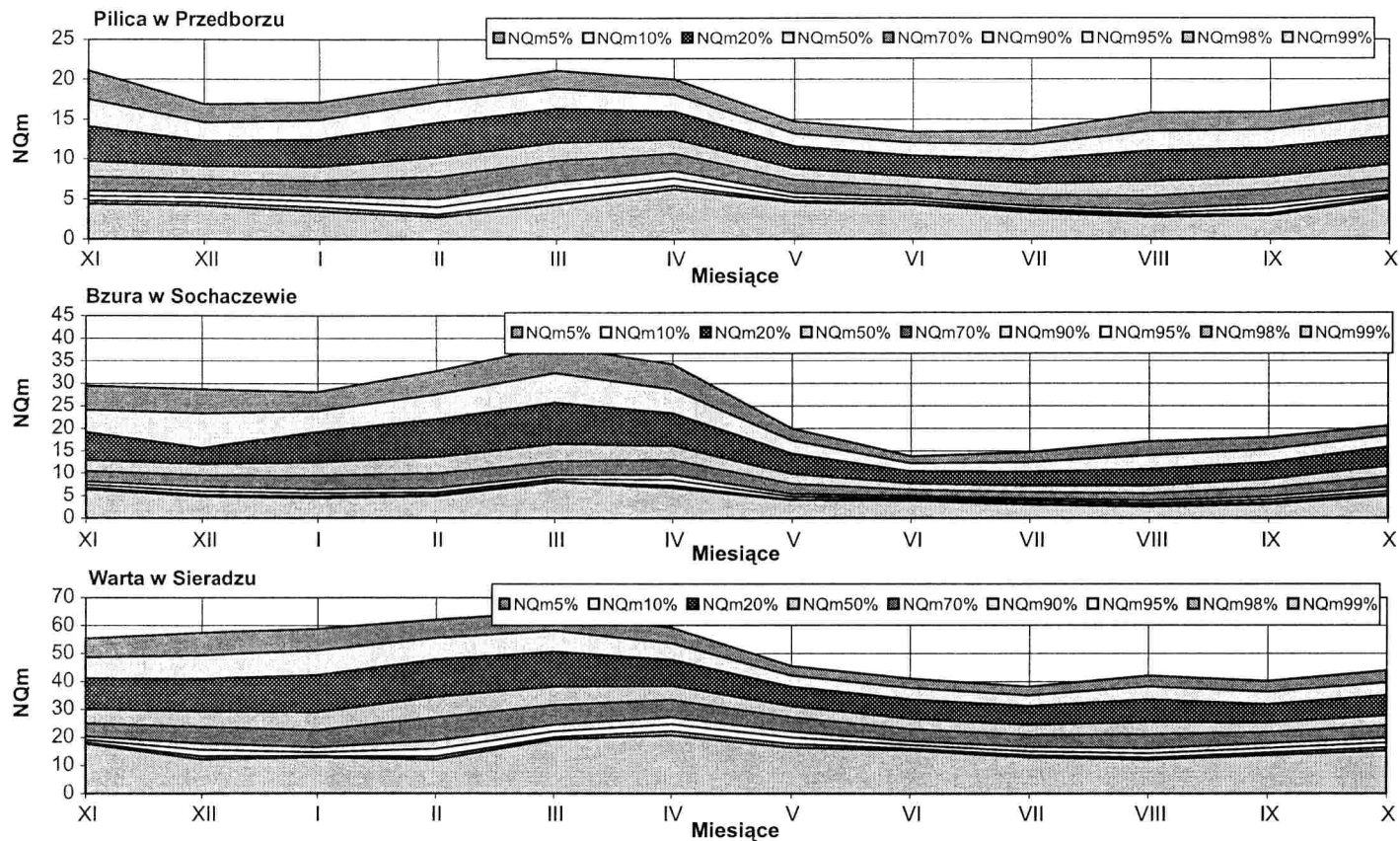
Rys. 1. Krzywe prawdopodobieństwa przekroczenia przepływów maksymalnych (WQ) i minimalnych (NQ)

Fig. 1. Probability curves of achieving maximum (WQ) and minimum (NQ) flows



Rys. 2. Wybrane kwantyle rozkładów miesięcznych przepływów maksymalnych (WQ_m ; [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$]) – prawdopodobieństwa przekroczenia

Fig. 2. Chosen quantiles of maximum flows monthly distributions (WQ_m) – of probability of exceeding



Rys. 3. Wybrane kwantyle rozkładów miesięcznych przepływów minimalnych (NQ_m ; $[\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$) – prawdopodobieństwa przekroczenia

Fig. 3. Chosen quantiles of minimum flows monthly distributions (NQ_m) – of probability of exceeding

Zwracają także uwagę bardzo niskie kwantyle wysokiego prawdopodobieństwa przekroczenia charakterystyczne dla stycznia i lutego. Konfrontując ten fakt z wcześniejszymi wnioskami odnośnie do kwantyli $Q_{m_{max,p}(\%)}$, nasuwa się wniosek, iż oba wymienione miesiące należą do najbardziej kontrastowych w wieloleciu i mogą się w nich zdarzać zarówno bardzo głębokie niżówki, jak i wysokie wezbrania.

WIELOLETNIA I SEZONOWA DYNAMIKA ZMIAN PRZEPŁYWÓW EKSTREMALNYCH

Podstawowe miary statystyczne i cechy zmienności szeregów

Dynamika i różnicowanie przestrzenne odpływu w środkowej Polsce są wyraźnie wyższe od zmienności opadów atmosferycznych. Wzmocnienie to jest dziś nie tylko wynikiem czasowych i przestrzennych zmian innych elementów klimatu i pogody (cyrkulacji, temperatury, wilgotności powietrza itd.), ale stanowi również skutek przestrzennego różnicowania szeroko pojmowanych warunków środowiska geograficznego w regionie. W odniesieniu do odpływu, wyraźniej niż w przypadku opadów, zaznacza się tendencja do występowania serii lat z niskimi lub wysokimi odpływami. Jednocześnie serie lat suchych są przeważnie dłuższe niż wilgotnych. Krótkotrwałe fluktuacje opadów znajdują natychmiast odbicie w zmianach odpływów. Natomiast tendencje długotrwałe wywołują reakcję odpływu opóźnioną przeważnie o kilka lat. Zjawisko to wynika z inercji odpływu w stosunku do opadu, generowanej przez retencję wód podziemnych i związaną z nią bezwładność podziemnej alimentacji rzek.

Obserwuje się ostatnio coraz silniejszy rozwój kontrastów. Po roku wilgotnym pojawia się wyjątkowo suchy. W obrębie tego samego roku występują okresy głębokich niżówek i wysokich wezbrań. Na stosunkowo niewielkim obszarze, a takim przecież jest terytorium środkowej Polski, nawet w tym samym sezonie sąsiadują nieraz ze sobą regiony dotknięte suszą i powodzią. Rozpoznanie, diagnoza i wypracowanie odpowiednich metod zapobiegania tego rodzaju zjawiskom ekstremalnym jest dziś niezbędne, gdyż wymaga tego prawidłowo funkcjonująca gospodarka kraju.

Tabela 3 zawiera zbiór podstawowych statystyk obliczonych dla ciągów miesięcznych maksimów i minimów przepływu badanych rzek. Wieloletnia zmienność WQ_m jest niemal identyczna (ok. 75%). Duże różnice zaznaczają się natomiast w odniesieniu do przepływów NQ_m ; najmniejsza charakteryzuje Wartę, największa zaś – Bzurę. Dość wyraźne różnice występują także w przypadku skośności, choć wszystkie współczynniki wskazują na dodatnią asymetrię rozkładów. Gdy idzie o maksima, wysokim i podobnym współczynnikiem C_s charakteryzują się Warta i Pilica, zaś szereg WQ_m Bzury ma

niewielką skośność. Odwrotna sytuacja występuje w przypadku 50-letniego ciągu minimów miesięcznych. Skośność NQ_m Bzury jest dużo wyższa niż dwu pozostałych szeregów.

Tabela 3

Charakterystyki statystyczne miesięcznych przepływów ekstremalnych (1951–2000)
Statistical characteristics of monthly extreme flows (1951–2000)

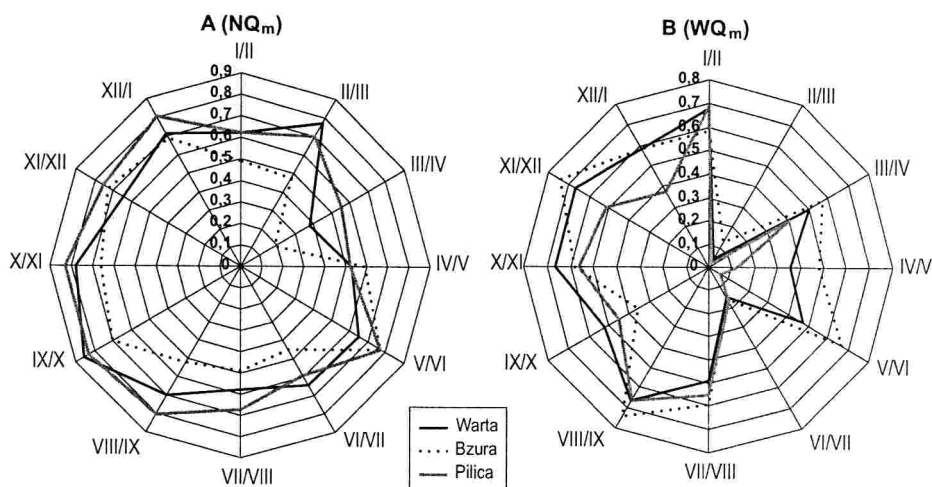
WQ_m	Warta	Bzura	Pilica	NQ_m	Warta	Bzura	Pilica
Statystyki				Statystyki			
$SWQ_m [m^3 \cdot s^{-1}]$	86,83	41,04	29,62	$SNQ_m [m^3 \cdot s^{-1}]$	31,56	12,78	9,88
σ	63,30	32,16	23,12	σ	11,75	7,84	4,26
$Cv [\%]$	72,89	78,38	78,05	$Cv [\%]$	37,23	61,40	43,07
Cs	2,48	1,44	2,34	Cs	1,18	2,29	1,09
Autokorelacja				Autokorelacja			
R1	0,470*	0,480*	0,347*	R1	0,660*	0,543*	0,685*
R2	0,187	0,203	0,149	R2	0,439*	0,284*	0,434*
R3	0,104	0,066	0,066	R3	0,326*	0,179	0,297*
				R4	0,253*	0,082	0,245*
				R5	0,200	0,021	0,225*

σ – odchylenie standardowe; Cv – współczynnik zmienności; Cs – współczynnik skośności; R1, ..., R5 – współczynniki autokorelacji przy przesunięciu 1, ..., 5; * – istotne na poziomie 1%.

σ – standard deviation; Cv – variability coefficient; Cs – skewness coefficient; R1, ..., R5 – autocorrelation coefficients with a shift of 1, ..., 5; * – significant on a level of 1%.

Miarą bezwładności szeregów są sekwencje współczynników autokorelacji. Zgodnie z przewidywaniami, szeregi maksimów charakteryzują się pamięcią „słabą i krótką” – tylko pierwszy współczynnik jest istotny. Wskazuje to na swoistą losowość i krótkotrwałość epizodów wezbraniowych. Inaczej w przypadku minimów przepływu. Statystycznie istotnych jest tu od 2 do 5 współczynników autokorelacji, przy czym Pilica zdaje się najdłużej „pamiętać” braki w zasilaniu, zaś Bzura – najkrócej. Związek między liczbą istotnych współczynników, retencyjnością oraz procentowym udziałem odpływu podziemnego jest wyraźnie widoczny.

Ciekawe wnioski płyną z analizy diagramów zamieszczonych na rys. 4. Niskie przepływy miesięczne z sąsiednich miesięcy są mocno skorelowane. Wyjątkiem jest marzec i kwiecień. Dla szeregu minimów miesięcznych Bzury obliczony współczynnik jest nawet statystycznie nieistotny (A). W przypadku tej rzeki większość współczynników korelacji ciągów minimów z sąsiednich miesięcy jest niższa od odpowiedników uzyskanych dla Warty i Pilicy.

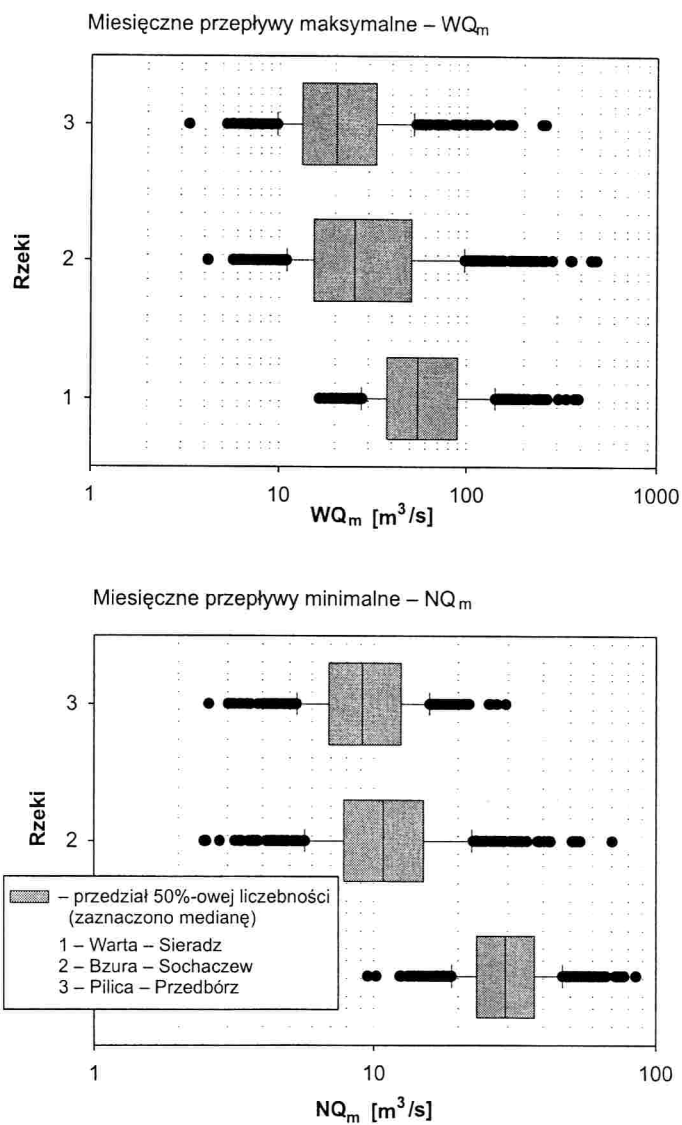


Rys. 4. Współczynniki korelacji przepływów minimalnych (A) i maksymalnych (B) z sąsiednich miesięcy

Fig. 4. Correlation coefficient of minimum (A) and maximum (B) flows of adjacent months

Bardzo interesująco prezentują się podobne zależności w odniesieniu do przepływów WQ_m (rys. 4B). Współczynniki korelacji są tu oczywiście niższe od analizowanych wyżej, ale nie w każdym przypadku. Zwracają uwagę bardzo niskie współczynniki $R(II/III)$ oraz $R(VI/VII)$. Nie sposób nie dostrzec tu zbieżności z faktem, iż są to miesiące „wezbraniowe”. To zaś prowadzi do tezy, że jeżeli wezbranie pojawia się w lutym, nie będzie go w marcu, a jeśli nie będzie w lutym, to pojawi się zapewne w marcu. Podobny wniosek dotyczy też czerwca i lipca. Zaskakujący jest także fakt, że współczynnik obliczony dla V i VI (Pilica) jest dużo niższy od odpowiedników uzyskanych dla Warty i Bzury.

Diagramy typu *box&whisker*, prezentowane na rys. 5, pozwalają na zidentyfikowanie kilku cech i porównanie charakteru każdego z 50-letnich szeregów ekstremów miesięcznych. Rozpiętość przedziałów zmienności ekstremów przepływu (WQ_m i NQ_m), i to zarówno w odniesieniu do zakresu 50% liczebności, jak i całej amplitudy, jest zróżnicowana; przy czym największa w przypadku Bzury, a najmniejsza – Warty. Wyraźnie widoczne są także różnice w skośności między szeregami maksimów i minimów. Z oczywistych powodów skośność pierwszych jest wyraźniej zaznaczona niż drugich, przy czym występuje ona zarówno w przedziale połowy liczebności (poza Pilicą), jak i w pełnym zakresie zmienności.



Rys. 5. Miesięczne przepływy ekstremalne wybranych rzek w latach 1951–2000

Fig. 5. Monthly extreme flows of selected rivers in 1951–2000

Zmienność oraz zmiany sezonowe i wieloletnie

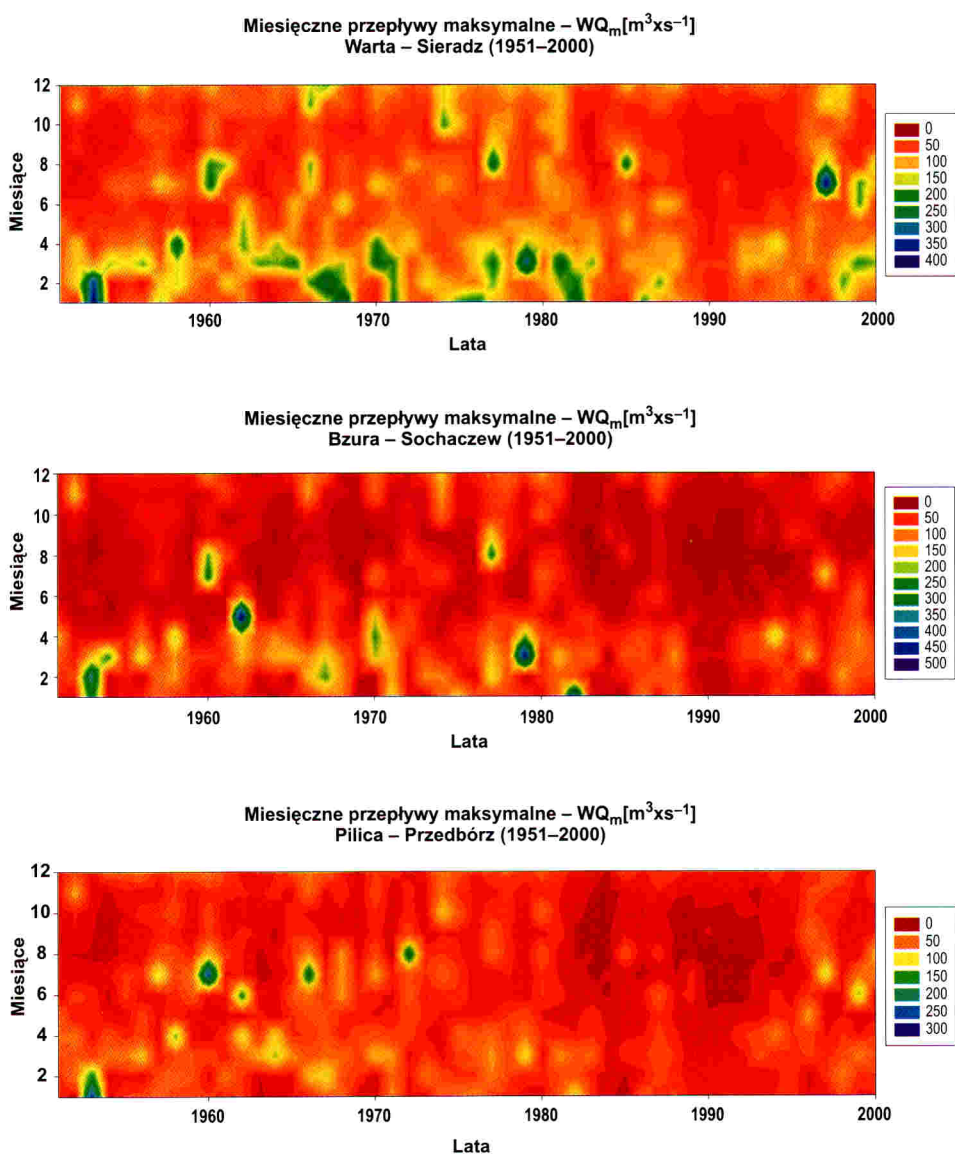
Ilustracją sezonowej zmienności miesięcznych ekstremów przepływu w wieloleciu są sekwencje diagramów zamieszczonych na rys. 6 i 7. Wykresy odzwierciedlające dynamikę miesięcznych maksimów odpływu badanych rzek mają wiele cech wspólnych, ale jednocześnie dostrzec można także wyraźne różnice. Dość zauważyć, zaznaczony we wszystkich badanych rzekach, spadek częstości i wysokości przepływów maksymalnych po roku 1980 i ich ponowny wzrost w końcu lat 90. Równocześnie bardzo wysokie WQ_m Warty pojawiają się równie często zimą, jak i wiosną; w Bzurze koncentrują się na wiosnę, zaś w Pilicy najwyższe wartości notowano latem. Uzupełnieniem informacji płynących z przytoczonych diagramów są statystyki zawarte w zał. VII–IX i na rys. 8.

Na kilka z nich warto zwrócić uwagę. Zmienność maksymalnych przepływów miesięcznych Warty (niemal wszystkich miesięcy) jest wyraźnie niższa niż w przypadku Bzury i Pilicy, ale tę ostatnią rzekę charakteryzuje z kolei największa bezwładność w szeregach maksimów jednoimiennych miesięcy (niektóre współczynniki autokorelacji R_1 są nawet statystycznie istotne – XII, III ($\sigma = 0,05\%$) – zał. VII–IX. Należy także podkreślić, że wieloletnie ciągi WQ_m , jednoimiennych miesięcy półrocza chłodnego trzech badanych rzek charakteryzują się trendem malejącym, niekiedy nawet statystycznie istotnym – Pilica (XI–IV), Bzura (II, III). Fakt ten obiektywizuje przynajmniej część wniosków płynących z oglądu rys. 6.

Diagramy typu *box&whisker*, prezentowane na rys. 8, poza prawidłowościami w sezonowym rozkładzie przepływów maksymalnych, typowymi dla rzek tej części Polski, jasno dowodzą prawdziwości spostrzeżenia Dębskiego, iż w warunkach klimatu Polski bardzo wysokie wezbrania mogą się zdarzyć w każdej porze roku.

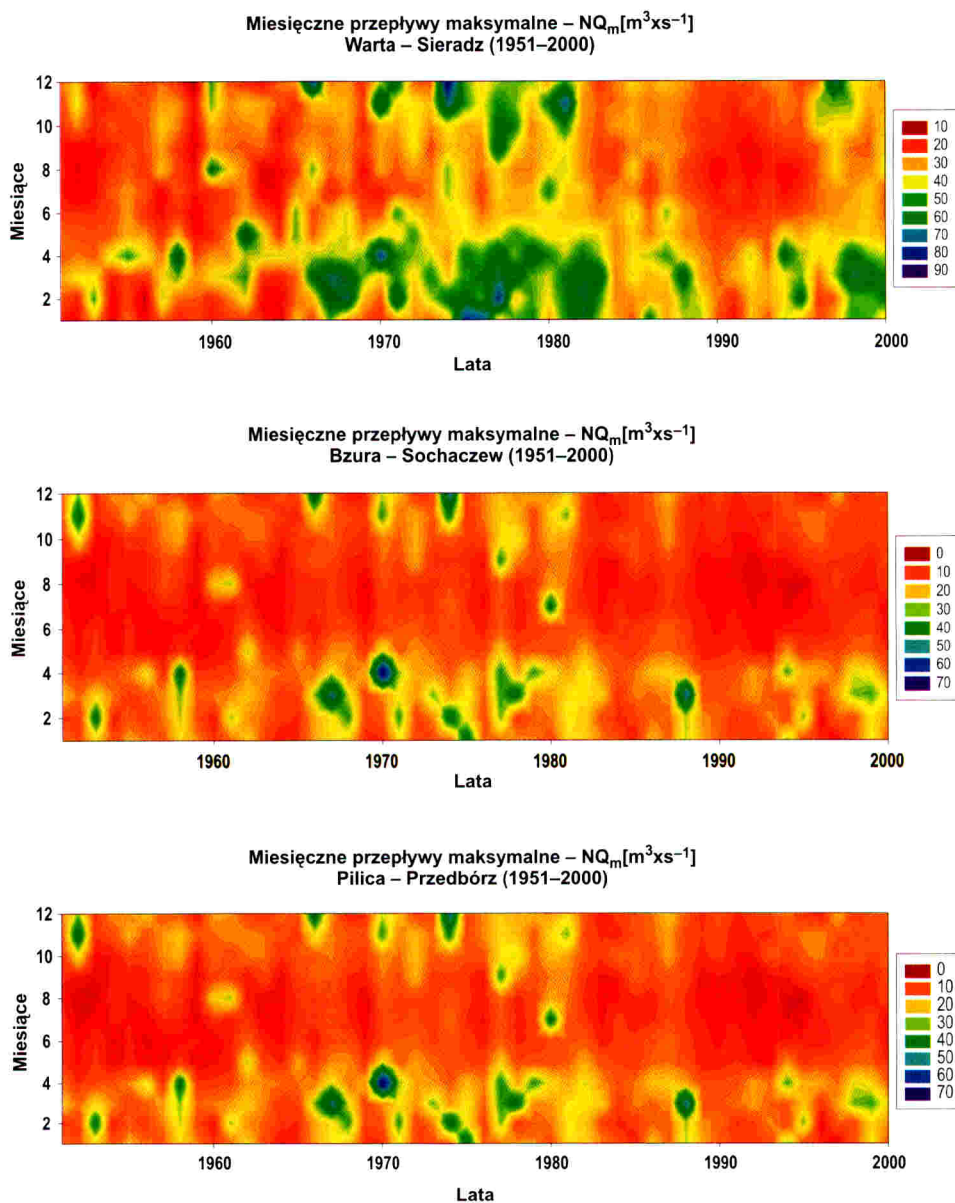
Obrazem zmienności wieloletniej minimów miesięcznych są diagramy na rys. 7. Najważniejszą prawidłowością widoczną na wszystkich trzech wykresach jest systematyczne przesuwanie się „pory” najniższych przepływów z wczesnego lata (w okresie: 1951–1960) w kierunku późnego lata, a nawet wczesnej jesieni (w okresie 1991–2000). Trend jest tu bardzo wyraźny i jednoznaczny. Równie dobrze widoczna jest, ponad 15-letnia, faza podwyższonych minimów (okres 1966–1983), rozdzielająca dwa okresy częstych i relatywnie głębokich niżówek.

Statystyki zamieszczone w zał. VII–IX wskazują, że wieloletnia zmienność przepływów niskich w jednoimiennych miesiącach jest wyraźnie mniejsza niż odpowiadająca dyspersja w ciągach WQ_m . Różnice przekraczają nawet 200%. Spośród badanych rzek najwyższą dyspersją charakteryzuje się większość szeregów Bzury, a najmniejszą – Warty. Do wszystkich badanych rzek można też odnieść spostrzeżenie, że wieloletnia zmienność w szeregach minimów półrocza ciepłego jest przeważnie mniejsza niż w ciągach tychże wartości z półrocza chłodnego.



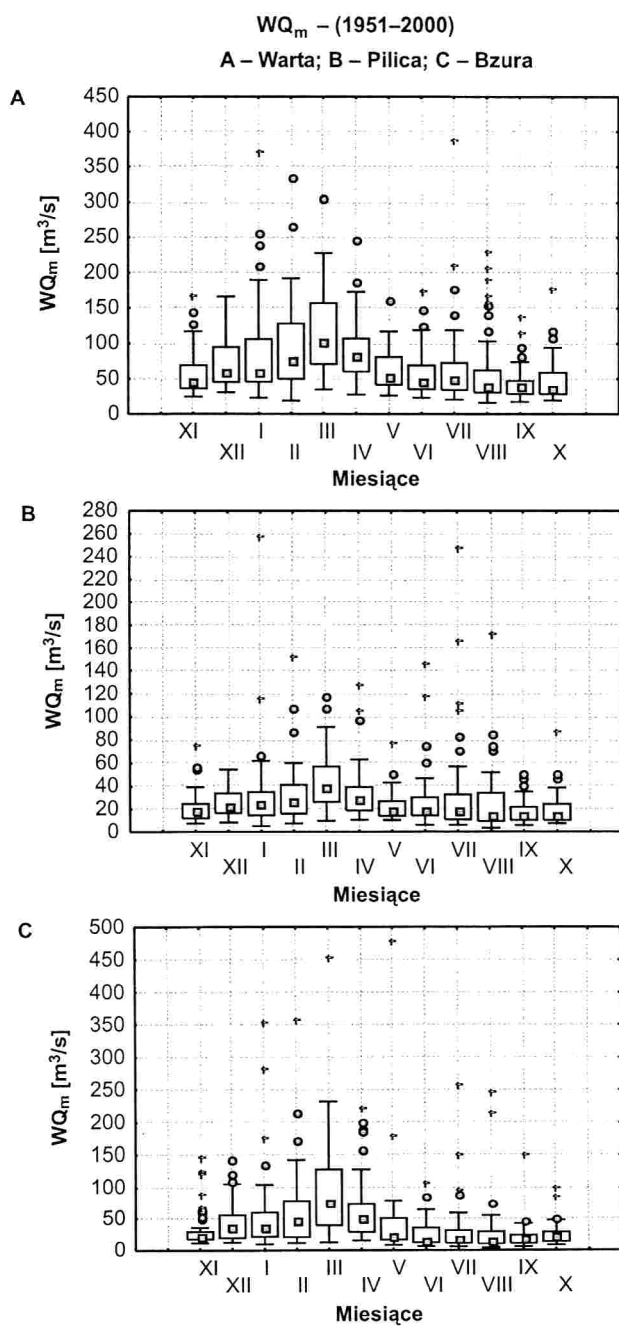
Rys. 6. Wieloletnia i sezonowa zmienność maksymalnych przepływów miesięcznych (WQ_m)

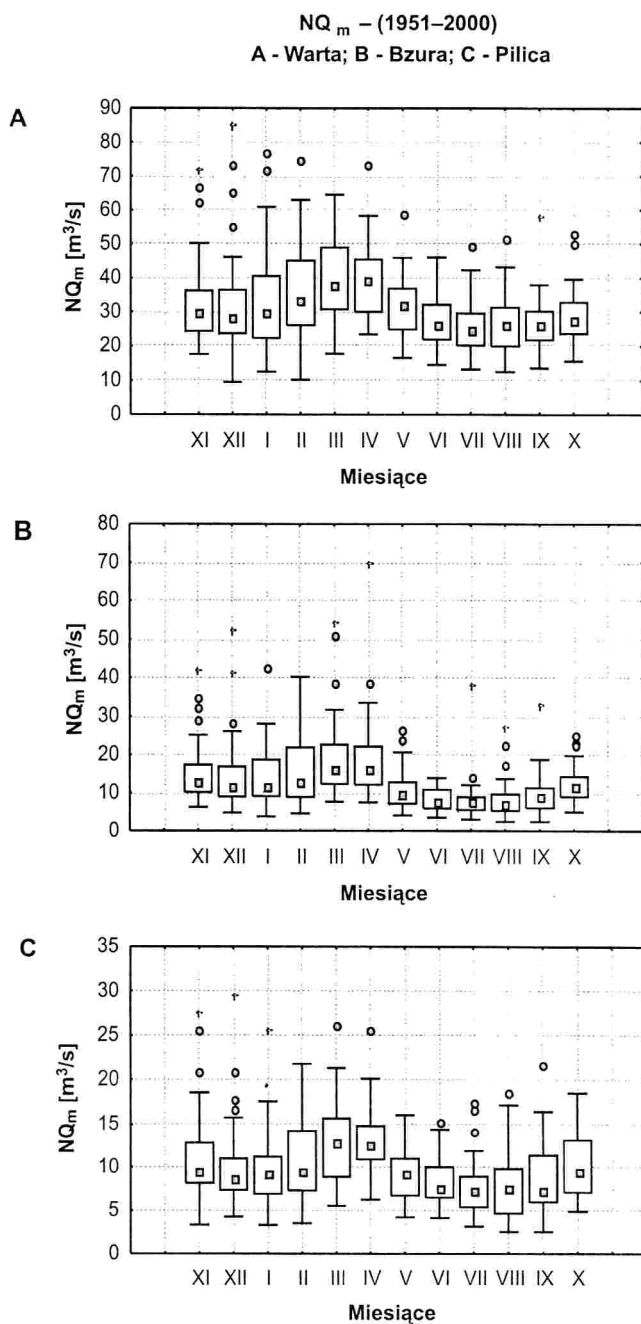
Fig. 6. Perennial and seasonal changeability of maximum monthly flows (WQ_m)

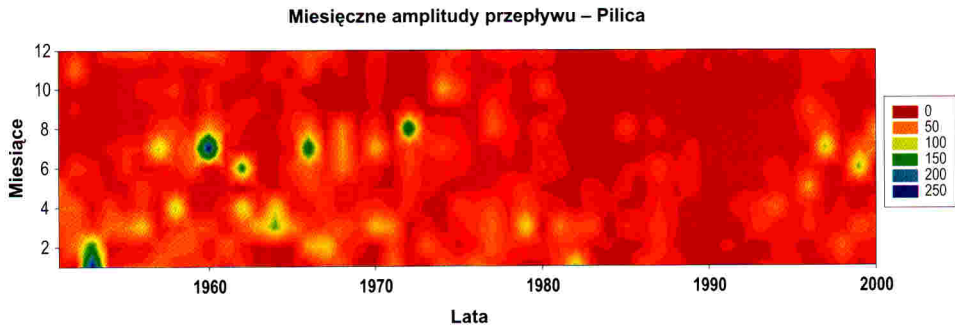
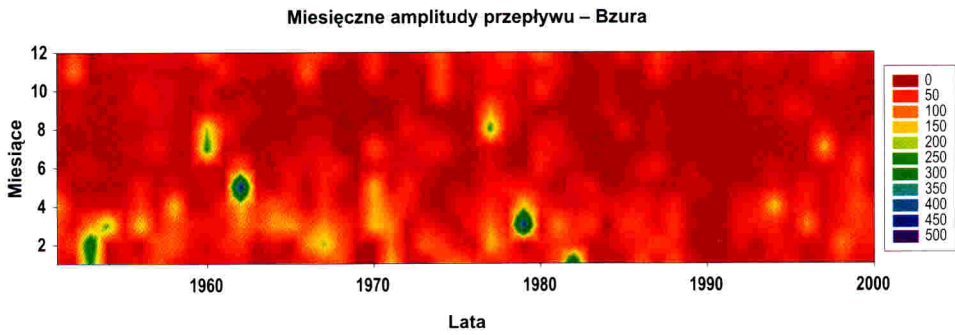
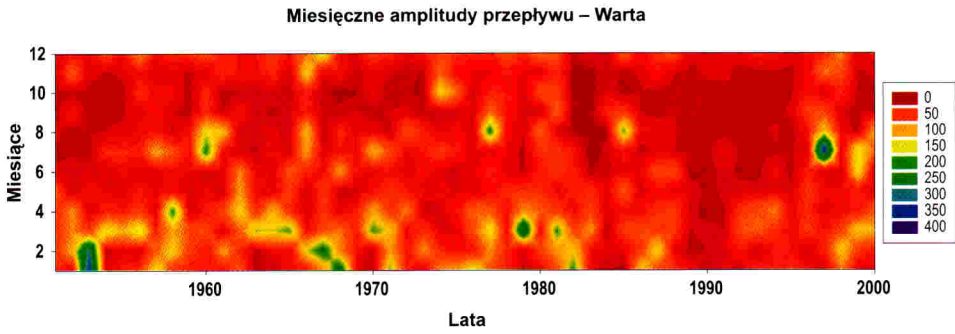


Rys. 7. Wieloletnia i sezonowa zmienność minimalnych przepływów miesięcznych (NQ_m)

Fig. 7. Perennial and seasonal changeability of minimum monthly flows (NQ_m)

Rys. 8. Struktura zbiorów miesięcznych przepływów maksymalnych (WQ_m)Fig. 8. Structure of monthly sets of maximum flows (WQ_m)

Rys. 9. Struktura zbiorów miesięcznych przepływów minimalnych (NQ_m)Fig. 9. Structure of monthly sets of minimum flows (NQ_m)



Rys. 10. Wieloletnia i sezonowa zmienność miesięcznych amplitud przepływu (A_m)

Fig. 10. Perennial and seasonal changeability of flow monthly amplitudes (A_m)

Na uwagę zasługuje także fakt, że szeregi jednoimiennych minimów miesięcznych Warty charakteryzują się dużą inercją, przy czym dotyczy ona zarówno miesięcy półrocza chłodnego, jak i ciepłego, i jest istotna nawet przy 2-letnim przesunięciu. W przypadku Bzury i Pilicy istotne są tylko współczynniki R_1 uzyskane dla 2 miesięcy letnich (w Pilicy także marca). Istotne trendy minimów (rosnące) pojawiły się niemal wyłącznie w przypadku Warty i dotyczyły późnej zimy i wczesnej wiosny (I–III) oraz lipca. Warto również zauważyć, że wszystkie minima miesięczne Warty wzrastają, Pilicy – maleją, a w Bzurze kierunki trendów są zróżnicowane.

Wieloletnią dyspersję przepływów NQ_m w poszczególnych miesiącach prezentują diagramy na rys. 9. Układ sezonowy jest tu czytelny i typowy dla rzek środkowej Polski. Najwyższe minima, przy największej zmienności wieloletniej, dotyczą miesięcy półrocza chłodnego, zaś ekstremalnie niskie przepływy, przy małej zmienności, są charakterystyczne dla półrocza ciepłego. Warto jednak podkreślić, że skrajnie małe przepływy NQ_m Bzury i Pilicy są w półroczu ciepłym niższe niż w chłodnym. W przypadku Warty jest odwrotnie. Pilicę charakteryzują natomiast bardzo zmienne w wieloleciu przepływy niskie w miesiącach jesiennych (VIII–XI); ich dyspersja dorównuje występującej w sezonie zimowym i wiosennym.

Miesięczne amplitudy przepływu

Dla przeprowadzenia wieloaspektowej analizy zmian i zmienności przepływów ekstremalnych wykorzystano również miesięczne amplitudy przepływu, zdefiniowane jako:

$$AQ_{m(i,j)} = WQ_{m(i,j)} - NQ_{m(i,j)} \quad (6)$$

gdzie:

- AQ_m – amplituda miesięczna przepływu,
- WQ_m – maksymalny przepływ w miesiącu,
- NQ_m – minimalny przepływ w miesiącu,
- i (1, 2, ..., 50) – rok,
- j (1, 2, ..., 12) – miesiąc.

Sezonowy i wieloletni bieg tych charakterystyk prezentuje sekwencja diagramów na rys. 10, a podstawowe miary statystyczne trzech badanych ciągów amplitud zawiera tab. 4.

Najwyższe średnie amplitudy miesięczne przepływu charakteryzują marzec oraz 2 sąsiadujące z nim miesiące zimowe (I, II), a także kwiecień. Drugie maksimum pojawia się w lipcu, ale wartości są tu już wyraźnie mniejsze. Warto podkreślić, że prawidłowości te dotyczą trzech badanych

Tabela 4

Podstawowe miary statystyczne ciągów miesięcznych amplitud przepływu (1951–2000)

Basic statistic measurements of monthly flow amplitudes series (1951–2000)

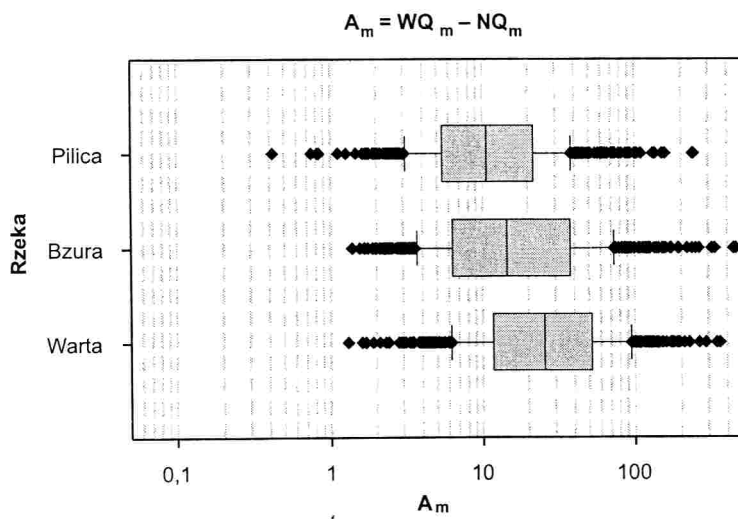
Zmienna	Rzeka	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$\bar{A}_m$	Warta	24,5	39,9	55,6	58,7	75,3	50,4	29,7	29,5	42,3	35,4	19,0	19,9
	Bzura	19,2	31,2	42,3	49,0	71,1	47,4	31,3	17,2	22,5	19,7	12,0	12,3
	Pilica	9,7	16,1	22,7	22,6	30,8	21,9	13,2	18,7	26,3	18,5	8,5	9,0
Cv	Warta	102,9	64,0	115,0	96,1	72,7	72,2	68,2	96,0	141,5	130,3	101,7	130,9
	Bzura	125,1	82,6	143,3	114,8	100,5	90,8	210,4	108,9	179,7	211,9	145,5	125,8
	Pilica	93,5	60,6	157,4	106,8	78,7	97,3	84,4	130,3	162,6	142,8	84,9	133,8
m (T)	Warta	-0,104	-0,123	-0,928*	-0,900*	-0,709	-0,466	-0,125	0,124	0,236	0,047	0,055	-0,064
	Bzura	-0,161	-0,040	-0,401	-0,943*	-1,072*	-0,253	-0,553	0,011	-0,150	-0,275	-0,008	-0,122
	Pilica	-0,150*	-0,158*	-0,629*	-0,536*	-0,575*	-0,453*	-0,038	-0,135	-0,539	-0,106	0,008	-0,070
R	Warta	-0,06	-0,07	-0,21*	-0,23*	-0,19	-0,19	-0,09	0,06	0,06	0,01	0,04	-0,04
	Bzura	-0,10	-0,02	-0,10	-0,24*	-0,22*	-0,09	-0,12	0,01	-0,05	-0,10	-0,01	-0,11
	Pilica	-0,24*	-0,24*	-0,26*	-0,32*	-0,35*	-0,31*	-0,05	-0,08	-0,18	-0,06	0,02	-0,08

$\bar{A}_m$ – średnia amplituda miesięczna; Cv – współczynnik zmienności amplitud; m (T) – współczynnik kierunkowy trendu; R – współczynnik korelacji trendu; * – istotne na poziomie 5%.

$\bar{A}_m$ – average monthly amplitude; Cv – amplitudes variability coefficient; m (T) – coefficient of a trend; R – correlation coefficient of a trend; * – significant on a level of 5%.

rzek. Najniższe $\bar{A}_m$ występują natomiast jesienią. Wieloletnia zmienność amplitud w jednoimiennych miesiącach jest duża i przekracza 200% (Bzura). Największą zmiennością charakteryzują się miesiące letnie (VII i VIII) – wszystkie rzeki, a w odniesieniu do badanych rzek – Bzura. Stosunkowo najmniej zmienne w wieloleciu są amplitudy grudnia oraz miesiące wiosennych (III i IV).

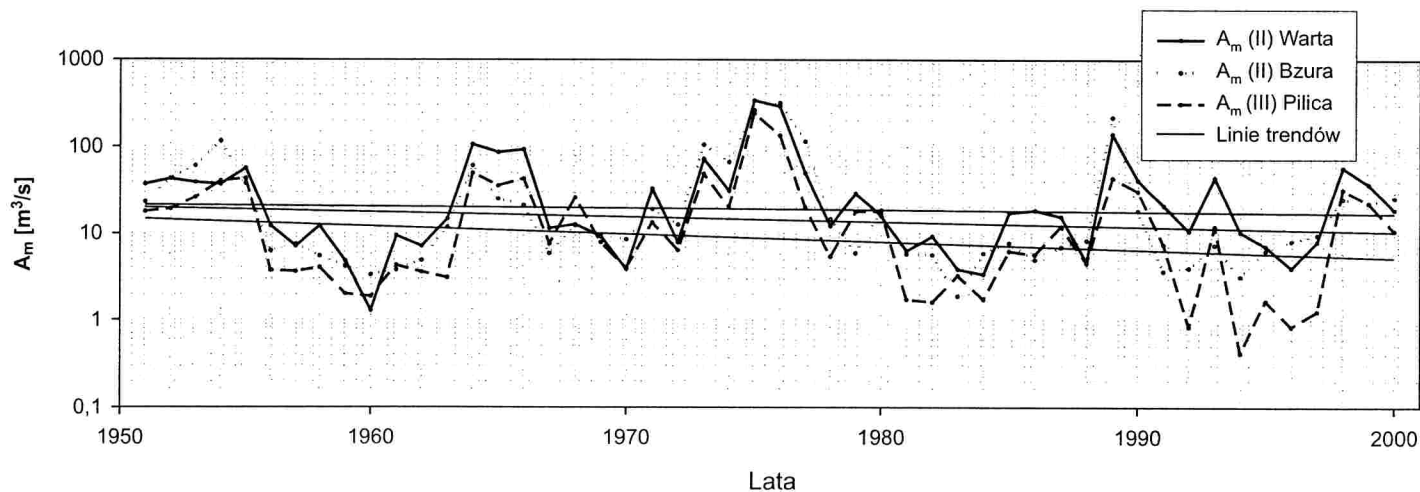
Diagramy typu *box&whisker* zamieszczone na rys. 11 w poglądowy sposób oddają całą skalę dyspersji amplitud miesięcznych. Łatwo dostrzec, że amplitudy miesięczne mogą być niższe od $1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (Pilica) i wyższe od $300 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (Warta, Bzura). Najszerzy przedział 50% liczebności ma Bzura, najwęższy – Pilica.



Rys. 11. Miesięczne amplitudy przepływu badanych rzek [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$]

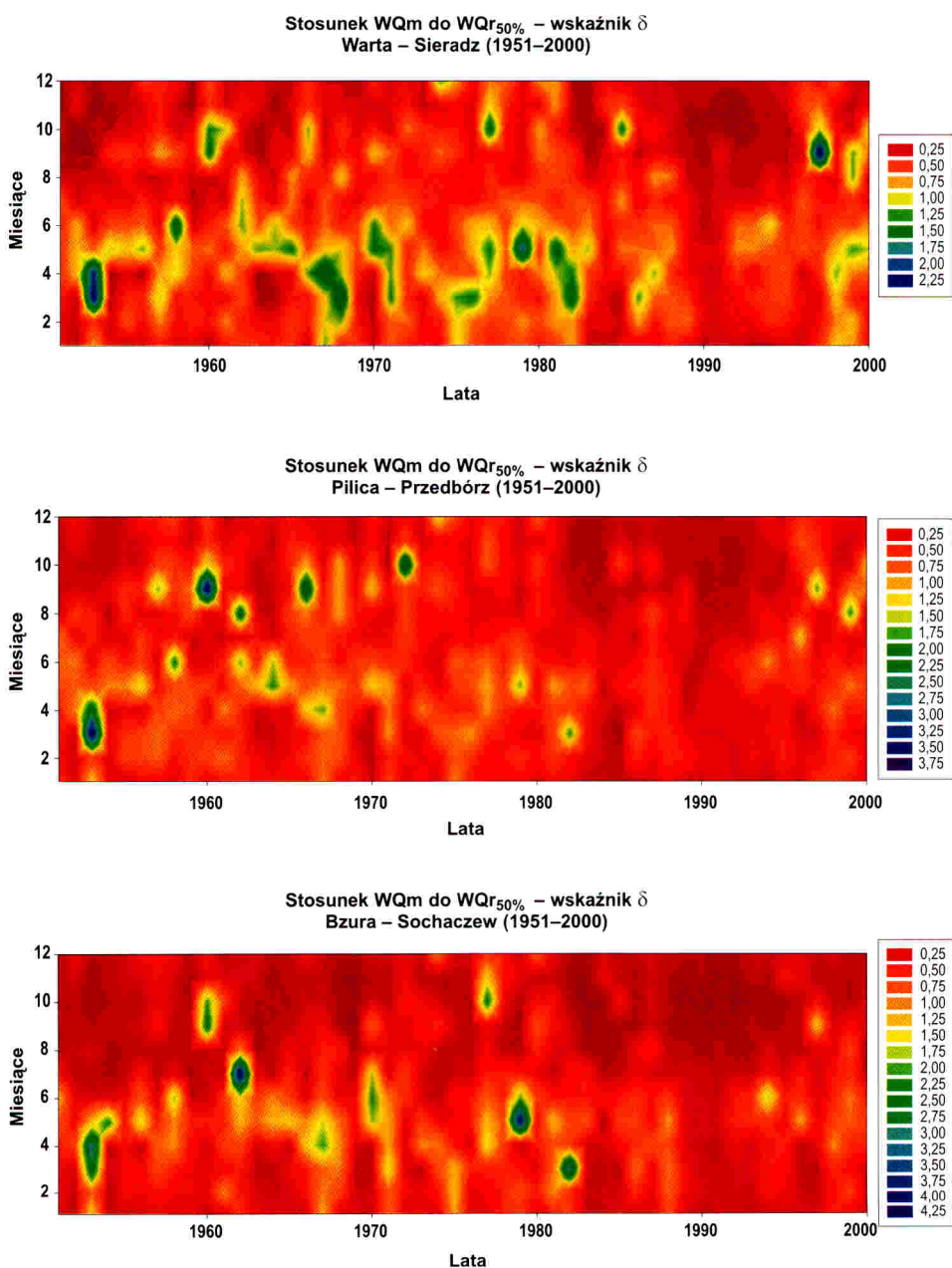
Fig. 11. Monthly amplitudes of investigated rivers [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$]

Ciekawe wnioski płyną z analizy trendów zidentyfikowanych dla każdego z szeregów amplitud – tab. 4. Znakomita większość linii trendu wskazuje na istnienie malejących tendencji w szeregach amplitud miesięcznych, przy czym w charakterystyczny sposób układają się trendy statystycznie istotne. Występują one późną zimą oraz wczesną wiosną (I–III) i co ważne – dotyczą wszystkich badanych rzek. W przypadku Pilicy istotna tendencja malejąca pojawia się nawet we wszystkich miesiącach półrocza chłodnego. Dynamikę zmian amplitud miesięcznych dla miesięcy charakteryzujących się najwyraźniej zaznaczonym trendem prezentuje rys. 12.



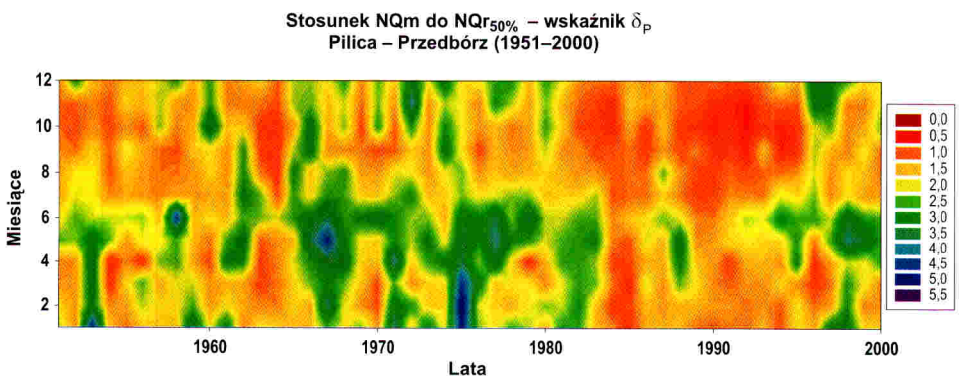
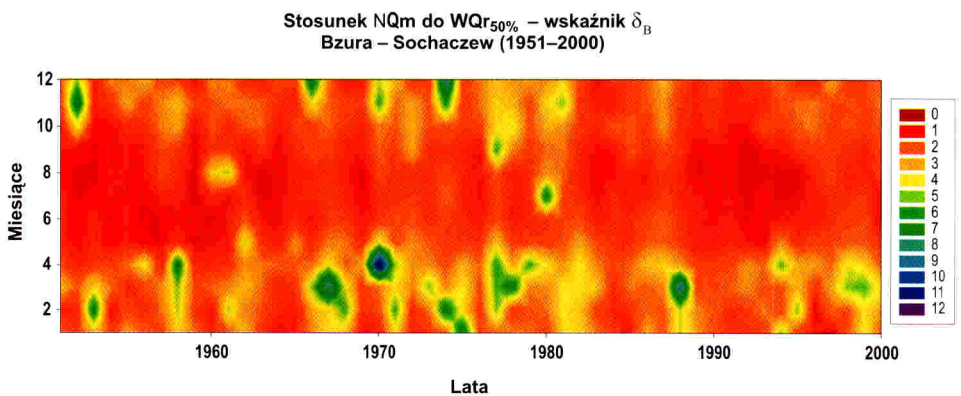
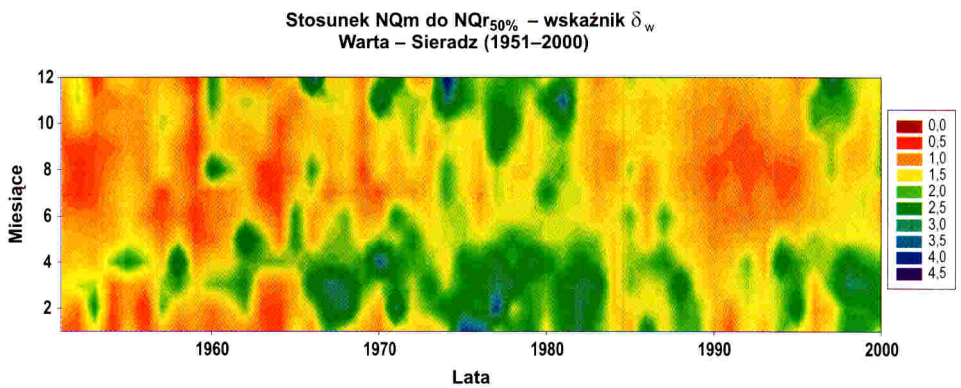
Rys. 12. Dynamika i trendy amplitud przepływu wybranych miesięcy półrocza chłodnego (trendy istotne – $\alpha = 0,05$)

Fig. 12. Dynamics and flow amplitudes trends of selected months in cold half-year (significant trends – $\alpha = 0,05$)



Rys. 13. Wieloletnia i sezonowa zmienność wskaźnika δ (przepływy maksymalne)

Fig. 13. Perennial and seasonal changeability of δ indicator (maximum flows)



Rys. 14. Wieloletnia i sezonowa zmienność wskaźnika δ (przepływy minimalne)

Fig. 14. Perennial and seasonal changeability of δ indicator (minimum flows)

Zaprezentowane wyżej spostrzeżenia wskazują na niewielki spadek zmienności przepływu w badanych rzekach, wyrażający się dość systematycznym wzrostem minimów miesięcznych i spadkiem amplitud; przy czym zjawiska te są najwyraźniej widoczne w półroczu chłodnym i dotyczą głównie miesięcy roztopowych (II, III).

Wieloletnia dynamika charakterystyk względnych

Dla porównania wieloletniej i sezonowej zmienności miesięcznych ekstremów przepływu w odniesieniu do wartości miarodajnej oraz pomiędzy badanymi rzekami, obliczono charakterystyki δ zdefiniowane jako:

$$\delta_{i,j} = \frac{XQm_{i,j}}{XQr_{50\%}} \quad (7)$$

gdzie:

$\delta_{i,j}$ – względny wskaźnik ekstremum (maksimum lub minimum),
 $XQm_{i,j}$ – przepływ maksymalny lub minimalny z danego miesiąca,
 $XQr_{50\%}$ – przepływ roczny, maksymalny lub minimalny o prawdopodobieństwie przekroczenia 50%.

Wieloletnią zmienność wskaźników δ obliczonych dla przepływów maksymalnych ilustrują diagramy na rys. 13. Ich wartości przedstawiają względną skalę poszczególnych maksimów, przy czym porównywane mogą być za ich pomocą zarówno maksima z różnych miesięcy, jak i różnych rzek. Względna wysokość największych wezbrań Pilicy, a zwłaszcza Bzury, jest wyraźnie wyższa niż Warty. Wskaźniki δ przekraczają tam 3,5, sięgając nawet 4,2. Zwraca też uwagę ostatnie 20–25 lat XX w., w którym to okresie obliczone charakterystyki rzadko były większe od 3,0 (Pilica i Bzura) oraz 1,5 (Warta – 1997 r.). W Pilicy i na Bzurze zniknęły niemal całkowicie wysokie wezbrania roztopowe i roztopowo-opadowe półrocza chłodnego, zdarzające się dość systematycznie w pierwszym 25-leciu, a częstotliwość i wysokość wezbrań letnich też wyraźnie zmalała.

Względne wskaźniki przepływów niskich δ przedstawia kolejna grupa diagramów – rys. 14. Wieloletnia rozpiętość skali zmienności wskaźników obliczonych dla Bzury jest dwukrotnie większa niż uzyskanych dla Warty i Pilicy. Szczególnie interesujące są okresy, w których miesięczne minima odpływu były niższe od $NQR_{50\%}$ ($\delta < 1$). Warto zauważyć, iż we wszystkich rzekach tak niskie przepływy występowały szczególnie często w dwóch okresach badanego wielolecia: do połowy lat 60. i od połowy lat 80. Wydaje się też, że wcześniejszy wniosek o przesuwaniu się głębokich minimów z początku lata w kierunku jesieni tu również znajduje potwierdzenie – zwłaszcza w przypadku Bzury i Pilicy.

UWAGI KOŃCOWE

Mimo szybkiego rozwoju matematycznego modelowania procesów hydrologicznych, niemal wszędzie na świecie, prognozowanie hydrologicznych zjawisk ekstremalnych wykonywane jest nadal lub – co najmniej – wspierane danymi obserwacyjnymi pochodzącymi z posterunków hydrologicznych i meteorologicznych. Z tego względu wiarygodność tych prognoz zależy przede wszystkim od stanu tej sieci: liczby stacji hydrologicznych, charakteru ich rozmieszczenia przestrzennego, długości i częstości obserwacji, jakości, nowoczesności i niezawodności pomiarów. Martwić musi fakt, że na obszarze środkowej Polski, już wcześniej stosunkowo ubogiej w sieć obserwacyjną, zlikwidowano w ostatnich latach prawie 1/3 posterunków pomiaru opadu i wodowskazów na rzekach, a punkty obserwacji stanu wód podziemnych (retencji) i stacje meteorologiczne są już na tych terenach właściwie wyjątkiem.

Po doświadczeniach powodziowych ostatnich lat zauważono, że sposób monitorowania i prognozowania ekstremalnych zjawisk pogodowych i hydrologicznych jest w Polsce wysoce niezadowolający i wymaga pilnych działań. W efekcie, w oparciu o pożyczkę Banku Światowego, powstał projekt pod nazwą SMOK (System Meteorologicznej Osłony Kraju), w ramach którego budowany jest w Polsce kompleksowy, nowoczesny system monitoringu, prognozowania i ostrzegania przed groźnymi zjawiskami naturalnymi oraz gromadzenia i rozpowszechniania informacji o aktualnym i przewidywanym stanie atmosfery i hydrosfery. System ten ma objąć zasięgiem cały kraj. Obszar Polski środkowej został w nim uznany za strefę przeciętnego (dorzecza Pilicy i Bzury) oraz małego zagrożenia (dorzecze Warty), stąd też gęstość instalacji monitorujących zjawiska ekstremalne będzie tu stosunkowo niewielka.

W wyniku tych działań w regionie, w którym dostęp do zasobów wodnych jest już dziś mocno ograniczony i, niestety, będzie się stale zmniejszał, maleje również możliwość pozyskiwania szeroko pojętej informacji hydrologicznej. Coraz trudniejsze i bardziej złożone są więc nie tylko prognozy ewentualnych przemian zasobów wodnych, ale pojawiają się też istotne problemy przy zestawianiu bilansów wodnogospodarczych, pozyskiwaniu danych hydrologicznych dla różnych projektów w ochronie przeciwpowodziowej i, co szczególnie ważne dla terenów środkowej Polski, w zapobieganiu skutkom susz hydrologicznych oraz w zarządzaniu gospodarką wodną. Warto na ten fakt zwrócić uwagę, gdyż Ramowa Dyrektywa Wodna UE z 2000 r. oraz Ustawa Prawo Wodne z 2001 r., z późniejszymi zmianami, nakazują szczególną dbałość o jakość i profesjonalizm każdej dokumentacji hydrologicznej sporządzanej na potrzeby szeroko pojętej gospodarki wodnej.

Przedstawione wyżej opracowanie miało na celu zaprezentowanie kilku wniosków, które płyną z analizowanego materiału hydrometrycznego odnośnie do maksymalnych i minimalnych przepływów największych rzek Polski środkowej, a także ostrożną prognozę kierunków w zakresie ilościowych i jakościowych zmian tych charakterystyk oraz ich pochodnych. Warto jednak pamiętać, że niepewność jakichkolwiek długoterminowych prognoz zmian w wektorze miar hydrologicznych jest nadal duża, mimo istotnych postępów metodycznych i coraz szerszego spektrum uwzględnianych czynników. Stosowane tu bowiem modele statystyczne mają zwykle charakter wyidealizowany, a często nawet „wyizolowany” w celu uzyskania prostego zapisu matematycznego. Jak zawsze też o trafności i precyzji prognoz decydują błędy, i to nie tylko te, które są popełniane na poziomie gromadzenia danych i formułowania modeli, ale także te, które wiążą się z samą interpretacją napisanego scenariusza. Jeśli globalne ocieplenie jest już rzadko kwestionowane, to uchwycenie podobnego trendu w odniesieniu do częstości i skali ekstremalnych zjawisk hydrologicznych jest jeszcze przed nami.

LITERATURA

- Bartnik A., 2003, *Regionalne i sezonowe zróżnicowanie odpływów niskich na obszarze Polski*, mpis pracy doktorskiej, Zakł. Hydrol. i Gosp. Wodnej UŁ, Łódź.
- Bartnik A., Jokiel P., 2005, *Niektóre problemy zmian i zmienności rocznego hydrogramu przepływu rzeki na podstawie Pilicy w Przedborzu*, Wiad. IMGW, 2.
- Bartnik A., Jokiel P., 2007, *Odpływy maksymalne i indeksy powodziowości rzek europejskich*, Gosp. Wodna, 1.
- Condie R., Nix G., 1975, *Modeling of Low Flow Frequency Distribution and Parameters Estimation*. Int. Water Res. Assoc., Proc. Symp. on Water for Arid Lands, 8–9 Dec., Teheran.
- Byczkowski A., 1996, *Hydrologia*, t. 1–2, SGGW, Warszawa.
- Dębski K., 1970, *Hydrologia*, Arkady, Warszawa.
- Dubicki (red.), 2002, *Zasoby wodne w dorzeczu górnej i środkowej Odry w warunkach suszy*, Wyd. IMGW, Warszawa.
- Jokiel P., 2004, *Zasoby wodne środkowej Polski na progu XXI wieku*, Wyd. UŁ, Łódź.
- Jokiel P., Tomalski P., 2004, *Maksymalne odpływy rzek Polski*, Czas. Geogr., 1–2.
- Kaczmarek Z., 1970, *Metody statystyczne w hydrologii i meteorologii*, Warszawa.
- Kite G. W., 1988, *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*, Water Res. Publ.
- Kundzewicz Z. W., 2000, *Gdyby mała wody miarka...*, PWN, Warszawa.
- Lambor J., 1971, *Hydrologia inżynierska*, Arkady, Warszawa.
- Mitosek H. T., 1984, *Stochastyczna struktura przepływu rzecznego*, Monogr. KGW PAN, Wyd. Geologiczne, Warszawa.
- Mitosek H. T., 2000, *On stochastic properties of daily river flow processes*, J. Hydrol., 228: 188–205.
- Mitosek H. T., 2003, *Problemy hydrologii stochastycznej*, Akad. Świętokrzyska, Kielce.
- Ozga-Zielińska M., Brzeziński J., 1994, *Hydrologia stosowana*, PWN, Warszawa.
- Ozga-Zielińska M., Kupczyk E., Ozga-Zieliński B., Suligowski R., Niedbała J., Brzeziński J., 2003, *Powodziogenność rzek pod kątem bezpieczeństwa budowli hydrotechnicznych i zagrożenia powodziowego*, Mat. Badawcze IMGW, Ser. Hydrologia i Oceanologia, IMGW, Warszawa.

- Punzet J., Żelazinski J., 1970, *Określanie prawdopodobieństwa występowania minimalnych przepływów rzek za pomocą statystycznej metody Gumbela*, Gosp. Wodna, 8/9.
- Smith K., Ward R., 1998, *Floods. Physical Processes and Human Impacts*, John Wiley & Sons, New York.
- Svanidze G. G., 1964, *Osnovy rasčeta regulirowanija riečnogo stoka metodom Monte-Karlo*, Tbilisi.
- Ward R. C., Robinson M., 2000, *Principles of Hydrology*, McGraw-Hill Publ. Co., Berkshire.
- Weiss G., 1977, *Shot noise models for the generation of synthetic streamflow data*, Water Resource Res., 13 (1).
- Węglarczyk S., 1998, *Wybrane problemy hydrologii stochastycznej*, Monogr. Politechniki Krakowskiej, Ser. Inżynieria Sanitarna i Wodna, 235.
- Yevjevich V. M., 1972, *Stochastic analysis of the hydrologic time series*, Hydrol. Paper, 56, Colorado State Univ., Fort Collins.
- Yule G. U., Kendall M. G., 1966, *Wstęp do teorii statystyki*, PWN, Warszawa.
- Zasady obliczania największych przepływów rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia (długie ciągi pomiarowe)*, 2001, Mat. Bad. IMGW, Ser. Instrukcje i Podręczniki, IMGW, Warszawa.
- Zieliński R., Zieliński W., 1990, *Tablice statystyczne*, PWN, Warszawa.

Zakład Hydrologii i Gospodarki Wodnej
Uniwersytetu Łódzkiego

Paweł Jokiel

EXTREME DISCHARGES OF SELECTED RIVERS IN CENTRAL POLAND IN 1951–2000

The following study is an attempt to create a multispect statistical analysis of 50-years long sequences of monthly extreme flows of three rivers of central Poland: Warta in Sieradz, Bzura in Sochaczew and Pilica in Przedbórz (1951–2000). Those rivers play leading roles in water management of one of the poorest in surface water regions of country – central Poland. The knowledge of their regime and identification of its changes in time especially due to low and high flows is a basis for future planning and efficient water management in regional scale.

Within this work functions of monthly extreme flow distributions were identified and distinct probability quantiles were calculated (Tab. 1–2; Attachments I–VI). Looking at flow maxima it was noted that for snow-melt freshets months (II, III, IV) the most characteristic were gamma and Weibull's distributions, while for the months of 'summer freshet (VI, VII, VIII) – gamma and log-gamma functions. In case of monthly minima was slightly different. The greatest number of sequences might have been described by Weibull's distribution, significantly smaller number by log-gamma, last two functions appeared very rarely. The biggest annual specific capacity of probability of exceeding 1% characterize Pilica river. It was much bigger than analogous runoffs calculated for Warta and Bzura rivers. For Warta and Bzura annual low flows of probability of exceeding 99% were also 8 times smaller than their ecological discharges. In case of Pilica this difference was about 400% smaller.

There were investigated the perennial and seasonal dynamics of extreme flows (attachments VII, IX), changeability of monthly flow amplitudes (Fig. 13, 14) as well the trends and their significance (Tab. 4). Long lasting maximum flow series for months of the same names from

cold half-year were investigated in 3 rivers and characterized by negative trends (sometimes statistically significant) – Pilica (XI–IV); Bzura (II, III).

The lowest flows period systematically moved from early summer (in 1951–1960) towards late summer or even early autumn (in 1991–2000). This trend was very pronounced and unambiguous. Perennial changeability of warm half-year minimum series was usually smaller than of parallel series in cold half-year. All monthly minima of Warta increased, Pilica's – decreased, while the observed tendencies for Bzura were variegated.

Most of the obtained trend lines indicate on tendencies of decreasing in the series of monthly amplitudes, although statistically significant trends are characteristically arranged. Statistically significant trends occur during late winter and early spring (I–II), what is more they concern all studied rivers.

The analysis indicate on a small decrease in changeability of flows in investigated rivers, which is characterized by slightly systematic increase of monthly minima and amplitude decrease. However, those phenomena are visible best during cold half-years and concern mainly month of freshets (II, III).

Miesięczne przepływy maksymalne – WQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Warta – Sieradz
Maximum monthly flows – WQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Warta – Sieradz

Parametr	Miesiąc												Zima	Lato	Rok
	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X			
Rozkład	G	WE	LN	WE	G	WE	G	G	G	LN	WE	LG	G	LN	G
d	24,00	30,30	19,20	15,80	25,60	24,00	25,20	23,40	20,40	15,20	17,40	18,80	0,00	15,90	0,00
α/μ	29,70	44,20	3,78	85,70	36,90	73,80	18,90	28,70	56,40	3,32	29,60	0,36	30,40	4,23	31,90
$\lambda/\beta/\delta$	1,11	1,21	0,95	1,29	2,44	1,63	1,91	1,17	0,84	1,06	1,18	2,27	5,04	0,70	5,24
Testy															
D_{max} [%]	8,55	6,86	7,52	7,42	5,95	9,05	8,43	7,65	7,97	7,40	11,76	8,72	10,16	7,25	10,37
χ^2	5,33	2,52	2,82	2,74	1,10	5,39	1,46	3,66	5,00	5,78	6,27	7,04	4,73	2,49	4,31
KA	453,71	473,98	519,48	536,22	536,11	507,16	452,56	454,80	488,16	482,88	434,12	442,91	561,14	532,60	568,10
p% przekroczenia															
90	2,2	37,2	32,2	30,8	54,0	42,5	34,4	28,0	23,9	22,3	21,8	24,0	74,7	44,0	82,8
70	36,9	49,2	45,9	54,4	79,1	63,1	44,7	37,0	34,6	31,0	29,7	30,1	111,4	63,5	122,4
50	47,9	63,0	63,2	80,3	103,6	82,9	55,3	48,1	50,6	42,8	39,1	37,8	143,1	84,5	156,3
30	64,5	81,8	91,7	114,7	134,8	106,7	69,4	64,2	76,3	63,1	52,1	50,6	180,2	114,8	196,1
20	76,8	95,7	117,3	139,6	157,1	122,9	79,7	76,8	97,2	82,2	61,8	62,5	205,5	139,2	223,1
10	98,3	118,2	168,4	179,1	192,7	147,3	96,3	97,9	133,8	121,7	77,6	87,6	244,3	183,5	264,4
5	119,6	139,5	230,1	216,0	226,2	168,9	112,3	118,8	170,9	171,5	92,6	120,5	279,6	231,7	302,0
2	147,5	166,3	330,6	261,9	268,7	194,8	132,7	146,1	220,5	255,8	111,8	180,7	323,1	302,8	348,1
1	168,6	185,9	423,0	295,1	299,8	212,8	147,7	166,7	258,3	336,0	125,9	243,4	354,2	362,9	381,2
Elem. odst. (test G-B)	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie	tak(1)	nie	nie	tak(1)	nie	nie	tak(1)
Niezależny (test serii)	nie	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	nie	tak	tak	nie	tak	tak	tak
Stacjonarny (Test K-W)	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak

Rozkłady: LG – logarytmiczno-normalny; WE – Weibull; G – gamma; LG – log-gamma; d – dolne ograniczenie; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parametry odpowiednich rozkładów. Testy: D_{max} [%] – Kolmogorowa; KA – kryterium Akaike; G-B – Grubsa-Becka; K-W – Kruskala-Wallisa.

Distributions: LG – log-normal; WE – Weibull's; G – gamma; LG – log-gamma; d – location parameter; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parameters of particular distributions. Tests: D_{max} [%] – Kolmogorow's; KA – Akaike criterion; G-B – Grub's-Beck's; K-W – Kruskal's-Wallis'.

Miesięczne przepływy maksymalne – WQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Bzura – Sochaczew
Maximum monthly flows – WQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Bzura – Sochaczew

Parametr	Miesiąc												Lato	Zima	Rok
	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X			
Rozkład	LG	G	LN	G	LG	WE	LG	G	LG	LG	LG	LN	LG	G	LN
d	10,07	12,20	8,60	11,30	4,20	11,80	7,30	6,10	3,50	3,80	0,20	6,20	10,05	18,00	4,20
α/μ	0,41	30,50	3,25	68,60	4,17	56,30	0,49	18,90	0,36	0,48	0,08	2,56	3,39	66,80	4,64
$\lambda/\beta/\delta$	2,27	1,09	1,15	0,78	0,77	1,12	2,75	1,03	4,89	3,16	56,16	0,84	1,06	1,55	0,72
Testy															
D_{max} [%]	11,23	7,38	5,51	6,35	6,01	9,04	7,79	12,91	8,42	8,80	9,50	6,08	10,37	5,18	5,26
χ^2	18,46	5,58	1,96	2,76	4,32	2,98	18,17	9,17	9,43	5,84	14,08	0,09	13,93	1,90	1,68
KA	410,13	454,10	484,00	499,50	536,60	501,60	443,38	400,43	414,30	401,60	377,80	383,70	490,30	562,99	577,00
p% przekroczenia															
90	14,1	16,3	14,5	14,6	28,5	19,4	11,6	8,2	8,1	6,7	8,2	10,6	18,1	39,1	45,1
70	18,3	24,9	22,7	26,2	47,7	34,3	16,7	13,1	12,3	10,1	12,4	14,5	27,5	68,2	74,8
50	23,6	36,0	34,3	44,3	69,1	52,4	23,7	19,7	17,8	14,6	16,8	19,1	40,2	100,5	107,4
30	32,9	52,4	55,4	74,0	11,3	78,2	36,7	29,5	27,3	23,2	23,0	26,2	62,1	144,7	154,9
20	41,8	65,3	75,9	98,7	127,9	97,8	50,0	38,2	36,6	32,0	28,1	32,3	82,6	177,8	193,7
10	61,3	87,1	120,0	142,0	177,5	130,1	81,7	50,5	57,3	53,1	37,4	43,9	125,3	232,3	264,5
5	88,1	108,8	177,5	186,3	233,1	161,4	129,5	63,7	86,4	85,1	47,8	57,3	179,0	285,1	342,6
2	139,5	137,3	278,4	245,7	317,3	201,5	231,0	81,1	143,1	153,5	63,4	78,1	270,0	353,2	458,9
1	195,5	158,9	377,3	291,0	390,0	231,2	352,5	94,3	205,6	235,8	77,0	96,5	356,5	403,9	557,8
Elem. odst. (test G-B)	nie	nie	nie	nie	nie	nie	tak(1)	nie	tak(1)	tak(2)	tak(1)	tak(1)	tak(1)	nie	nie
Niezależny (test serii)	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak
Stacjonarny (test K-W)	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak

Rozkłady: LG – logarytmiczno-normalny; WE – Weibull'a; G – gamma; LG – log-gamma; d – dolne ograniczenie; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parametry odpowiednich rozkładów. Testy: D_{max} [%] – Kolmogorowa; KA – kryterium Akaike; G-B – Grubsa-Becka; K-W – Kruskala-Wallis.

Distributions: LG – log-normal; WE – Weibull's; G – gamma; LG – log-gamma; d – location parameter; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parameters of particular distributions. Tests: D_{max} [%] – Kolmogorow's; KA – Akaike criterion; G-B – Grub's-Beck's; K-W – Kruskal's-Wallis.

Miesięczne przepływy maksymalne – WQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Pilica – Przedbórz
Maximum monthly flows – WQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Pilica – Przedbórz

Parametr	Miesiąc												Lato	Zima	Rok
	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X			
Rozkład	LG	WE	LG	G	WE	G	G	LG	WE	LG	G	WE	WE	LG	G
d	5,50	5,50	1,70	7,00	8,20	8,90	10,10	1,80	6,10	2,40	5,70	7,20	10,80	0,20	11,60
α/μ	2,44	23,00	0,18	22,50	38,70	17,20	10,60	0,17	22,60	0,41	9,20	11,40	38,70	0,05	36,30
$\lambda/\beta/\delta$	0,74	1,84	14,82	1,17	1,46	1,49	1,17	14,11	0,74	4,94	1,24	0,92	0,90	102,57	1,83
Testy															
D_{max} [%]	5,21	7,89	5,90	6,47	7,24	7,71	6,18	6,88	8,71	7,90	6,97	9,26	8,73	9,34	8,85
χ^2	1,36	4,22	1,33	4,97	7,09	5,23	3,18	5,28	4,93	3,80	5,37	2,47	2,96	4,38	7,79
KA	359,80	383,00	424,20	430,10	450,40	424,00	354,80	404,40	427,00	415,80	346,10	351,40	474,00	480,60	514,30
p% przekroczenia															
90	9,9	12,3	10,4	10,6	16,5	13,8	11,8	9,5	7,2	6,30	7,4	8,2	14,0	26,0	27,7
70	13,3	18,7	16,1	17,6	27,3	21,0	15,1	14,3	11,8	10,20	10,5	10,9	23,1	38,5	46,5
50	17,0	24,4	22,6	26,3	38,3	29,0	19,2	19,8	19,9	15,50	14,2	14,9	36,6	51,0	66,2
30	22,4	31,0	32,9	38,9	52,2	40,2	24,1	28,0	35,2	25,40	19,6	21,2	58,4	68,3	92,5
20	26,9	35,3	41,9	48,7	61,9	48,5	29,7	35,2	49,0	35,50	23,7	26,4	76,5	82,0	111,9
10	35,1	41,8	59,8	65,2	76,8	62,4	37,5	49,5	75,6	59,20	30,6	35,6	108,5	106,1	143,3
5	44,2	47,3	81,7	81,6	90,4	75,8	45,2	66,6	105,1	94,50	37,4	45,1	141,7	132,0	173,4
2	58,0	53,9	118,6	103,0	107,0	93,2	55,3	95,0	147,9	168,10	46,3	58,0	186,9	169,9	212,0
1	69,7	58,4	154,0	119,1	118,6	106,1	62,9	121,9	182,6	254,30	52,9	67,9	221,8	201,7	240,6
Elem. odst. (test G-B)	tak(1)	nie	tak(1)	nie	nie	nie	tak(1)	tak(1)	tak(1)	nie	nie	tak(1)	nie	tak(1)	nie
Niezależny (test serii)	tak	tak	tak	tak	nie	tak	tak	tak	nie	tak	tak	tak	tak	tak	tak
Stacjonarny (Test K-W)	tak	tak	tak	tak	nie	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	nie	nie

Rozkłady: LG – logarytmiczno-normalny; WE – Weibull; G – gamma; LG – log-gamma; d – dolne ograniczenie; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parametry odpowiednich rozkładów. Testy: D_{max} [%] – Kolmogorow; KA – kryterium Akaike; G-B – Grubsa-Becka; K-W – Kruskala-Wallis.

Distributions: LG – log-normal; WE – Weibull's; G – gamma; LG – log-gamma; d – location parameter; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parameters of particular distributions. Tests: D_{max} [%] – Kolmogorow's; KA – Akaike criterion; G-B – Grubbs'-Beck's; K-W – Kruskal's-Wallis'.

Miesięczne przepływy minimalne – NQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Warta – Sieradz
Minimum monthly flows – NQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Warta – Sieradz

Parametr	Miesiąc												Zima	Lato	Rok
	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	G	WE	WE
	WE	LG	WE	WE	WE	LN	G	WE	WE	WE	LG	LG			
Rozkład															
d	17,200	0,100	11,900	8,900	17,400	0,000	0,000	14,100	11,100	10,300	0,100	0,200	5,900	10,100	6,800
α/μ	16,900	0,028	21,800	30,700	25,400	3,644	1,900	15,100	16,000	18,200	0,014	0,015	4,300	13,700	15,700
$\lambda/\beta/\delta$	1,344	204,450	1,430	1,991	1,754	0,265	16,260	1,895	2,092	1,966	402,680	337,000	4,595	2,384	2,790
Testy															
D_{max} [%]	7,18	8,20	6,60	6,87	7,15	12,90	7,80	7,30	5,60	6,10	8,00	7,03	7,28	6,03	5,78
χ^2	2,83	3,00	1,24	0,36	1,77	11,90	2,56	3,46	0,89	0,96	2,55	2,11	1,67	6,88	1,94
KA	371,50	391,80	393,90	406,90	398,60	377,60	350,00	339,60	336,50	354,50	340,20	347,70	360,47	312,70	314,90
p% przekroczenia															
99	17,7	12,2	12,8	12,0	19,2	20,7	16,3	15,4	12,9	12,1	13,6	15,3	10,6	12,1	9,8
98	18,1	13,4	13,3	13,2	20,1	22,2	17,7	16,0	13,6	12,8	14,6	16,4	11,6	12,8	10,7
95	19,1	15,6	14,6	15,8	22,1	24,7	20,0	17,2	15,0	14,3	16,2	18,1	13,3	14,1	12,2
90	20,4	17,8	16,4	18,8	24,4	27,2	22,1	18,7	16,6	16,1	17,9	19,9	15,2	15,5	13,8
70	25,0	23,7	22,5	27,2	31,5	33,3	27,2	22,9	20,9	21,1	21,9	24,2	20,0	19,0	17,6
50	30,0	29,2	28,8	34,4	38,0	38,3	31,1	26,6	24,5	25,4	25,2	27,8	24,3	21,9	20,6
20	41,2	41,0	42,3	47,9	50,7	47,8	38,1	33,5	31,2	33,5	31,9	35,0	32,7	26,9	25,4
10	48,6	49,3	51,0	55,6	58,2	53,7	42,1	37,6	34,9	38,1	36,2	39,6	38,1	29,6	27,9
5	55,4	57,5	58,9	62,2	64,8	59,2	45,6	41,1	38,1	42,1	40,2	43,9	42,9	31,9	30,0
Elem. odst. (test G-B)	nie	tak(1)	nie	tak(1)	nie	nie	nie	nie	nie	nie	tak(1)	nie	nie	nie	nie
Niezależny (test serii)	nie	nie	tak	tak	tak	nie	tak	nie	tak	nie	tak	tak	nie	nie	nie
Stacjonarny (test K-W)	nie	nie	nie	nie	tak	nie	nie	nie	nie	tak	nie	nie	nie	nie	nie

Rozkłady: LG – logarytmiczno-normalny; WE – Weibull; G – gamma; LG – log-gamma; d – dolne ograniczenie; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parametry odpowiednich rozkładów. Testy: D_{max} [%] – Kolmogorowa; KA – kryterium Akaike; G-B – Grubsa-Becka; K-W – Kruskala-Wallis.

Distributions: LG – log-normal; WE – Weibull's; G – gamma; LG – log-gamma; d – location parameter; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parameters of particular distributions. Tests: D_{max} [%] – Kolmogorow's; KA – Akaike criterion; G-B – Grubbs'-Beck's; K-W – Kruskal's-Wallis'.

Miesięczne przepływy minimalne – NQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Bzura – Sochaczew
Minimum monthly flows – NQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Bzura – Sochaczew

Parametr	Miesiąc											Zima	Lato	Rok
	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X		
Rozkład	LN	LG	G	WE	WE	LG	WE	WE	LG	LG	LN	WE	WE	WE
d	4,60	1,10	3,60	4,50	7,70	0,80	3,50	3,50	0,10	0,10	0,00	4,20	2,30	1,90
α/μ	2,12	0,09	5,10	2,10	12,00	0,06	8,00	5,30	0,04	0,06	2,15	9,00	4,60	4,80
$\lambda/\beta/\delta$	0,66	26,10	2,06	1,29	1,18	50,36	1,55	1,65	106,79	74,36	0,45	1,83	95,52	1,94
Testy														
D_{max} [%]	5,27	5,90	6,83	11,00	8,10	6,87	6,30	8,54	11,50	9,10	8,50	6,10	10,24	6,75
χ^2	0,87	0,70	2,57	3,55	3,27	3,43	2,22	3,02	7,39	2,46	6,16	1,33	1,44	1,09
KA	317,10	322,70	326,10	340,40	345,40	339,90	288,80	245,20	255,90	274,40	281,00	289,40	228,70	223,00
p% przekroczenia														
99	6,4	4,7	4,4	4,9	7,9	6,7	3,9	3,8	2,9	2,5	3,0	4,9	2,6	2,4
98	6,7	5,2	4,8	5,1	8,1	7,3	4,1	4,0	3,2	2,8	3,4	5,3	2,8	2,5
95	7,4	6,0	5,5	5,7	8,7	8,5	4,7	4,4	3,8	3,3	4,1	6,0	3,1	2,9
90	8,2	7,0	6,5	6,6	9,5	9,7	5,4	4,9	4,3	3,9	4,8	6,9	3,5	3,4
70	10,5	9,5	9,4	9,9	12,7	13,0	7,6	6,3	5,8	5,5	6,8	9,3	4,9	4,7
50	13,0	12,1	12,4	13,6	16,5	16,1	9,8	7,7	7,2	7,2	8,6	11,6	6,1	5,9
20	19,2	15,6	19,2	22,0	25,7	23,4	14,4	10,5	10,3	11,0	12,5	15,9	8,4	8,1
10	24,1	23,3	23,8	27,5	32,2	28,7	17,3	12,2	12,5	14,0	15,3	18,4	9,9	9,3
5	29,5	28,7	28,1	32,7	38,3	34,2	19,9	13,8	14,7	17,1	18,0	20,6	11,1	10,4
Elem. odst. (test G-B)	nie	tak(1)	nie	nie	nie	tak(1)	nie	nie	tak(1)	nie	tak(1)	nie	nie	nie
Niezależny (test serii)	tak	tak	tak	tak	tak	tak	nie	tak	tak	tak	tak	tak	nie	nie
Stacjonarny (test K-W)	tak	tak	tak	tak	tak	nie	nie	nie	tak	tak	tak	tak	nie?	nie

Rozkłady: LG – logarytmiczno-normalny; WE – Weibull; G – gamma; LG – log-gamma; d – dolne ograniczenie; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parametry odpowiednich rozkładów. Testy: D_{max} [%] – Kolmogorow; KA – kryterium Akaike; G-B – Grubsa-Becka; K-W – Kruskala-Wallisa.

Distributions: LG – log-normal; WE – Weibull's; G – gamma; LG – log-gamma; d – location parameter; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parameters of particular distributions. Tests: D_{max} [%] – Kolmogorow's; KA – Akaike criterion; G-B – Grubbs'-Beck's; K-W – Kruskal's-Wallis'.

Miesięczne przepływy minimalne – NQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Pilica – Przedbórz
Minimum monthly flows – NQ_m [$m^3 \cdot s^{-1}$]; Pilica – Przedbórz

Parametr	Miesiąc												Zima	Lato	Rok
	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X			
Rozkład	LN	LG	LN	WE	G	G	WE	WE	WE	WE	G	WE	LN	WE	WE
d	1,90	0,30	0,00	1,70	0,00	2,70	4,10	4,00	3,10	2,50	2,00	4,80	0,00	1,40	1,10
α/μ	0,11	0,04	2,20	10,20	1,70	1,40	5,80	4,80	4,90	6,00	2,20	5,80	1,98	5,40	5,10
$\lambda/\beta/\delta$	15,64	90,44	0,39	2,00	7,34	7,19	1,81	1,63	1,45	1,39	2,93	1,43	0,37	2,77	3,03
Testy															
D_{max} [%]	11,10	8,60	8,85	8,44	9,90	8,34	7,58	7,36	9,50	6,26	9,17	7,22	11,50	6,39	8,27
χ^2	4,39	7,22	7,25	5,83	1,64	3,78	1,45	7,20	2,97	3,33	11,30	0,82	9,28	1,37	7,39
KA	287,40	264,70	272,10	295,90	294,80	275,60	247,20	234,90	243,50	267,80	268,30	263,20	243,30	207,60	194,60
p% przekroczenia															
99	4,4	4,2	3,5	2,7	4,3	6,2	4,6	4,3	3,3	2,7	2,9	5,0	3,1	2,4	2,2
98	4,8	4,6	4,0	3,1	5,0	6,7	4,8	4,4	3,4	2,9	3,2	5,2	3,4	2,7	2,5
95	5,4	5,2	4,7	4,0	6,0	7,6	5,2	4,8	3,7	3,2	3,8	5,5	4,0	3,2	3,0
90	6,0	5,8	5,4	5,0	7,1	8,5	5,8	5,2	4,1	3,7	4,4	6,0	4,5	3,8	3,5
70	7,8	7,5	7,3	7,8	9,8	10,7	7,4	6,6	5,5	5,4	6,2	7,6	6,0	5,1	4,7
50	9,7	9,1	9,0	10,2	12,0	12,5	8,8	7,8	6,9	7,2	7,8	9,3	7,2	6,1	5,6
20	14,1	12,3	12,5	14,6	16,3	16,0	11,6	10,4	9,9	11,0	11,4	12,9	9,8	7,8	7,1
10	17,5	14,6	14,9	17,2	18,8	18,1	13,2	12,0	11,8	13,5	13,7	15,3	11,6	8,7	7,8
5	21,1	16,9	17,1	19,3	21,1	20,0	14,7	13,4	13,5	15,8	15,9	17,4	13,2	9,4	8,4
Elem. odst. (test G-B)	nie	tak(1)	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie	nie
Niezależny (test serii)	tak	tak	tak	tak	tak	tak	nie	tak	tak	tak	nie	tak	tak	tak	tak
Stacjonarny (test K-W)	tak	tak(T-)	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak	tak

Rozkłady: LG – logarytmiczno-normalny; WE – Weibull'a; G – gamma; LG – log-gamma; d – dolne ograniczenie; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parametry odpowiednich rozkładów. Testy: D_{max} [%] – Kolmogorowa; KA – kryterium Akaike; G-B – Grubsa-Becka; K-W – Kruskala-Wallis.

Distributions: LG – log-normal; WE – Weibull's; G – gamma; LG – log-gamma; d – location parameter; α/μ , $\lambda/\beta/\delta$ – parameters of particular distributions. Tests: D_{max} [%] – Kolmogorow's; KA – Akaike criterion; G-B – Grubsa-Beck's; K-W – Kruskal's-Wallis'.

Ekstremalne, miesięczne przepływy charakterystyczne i ich miary statystyczne [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] – Warta w Sieradzu (1951–2000)

Extreme, monthly characteristic flows and their statistic measurements [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] – Warta in Sieradz (1951–2000)

Warta – NQ_m												
Statystyki	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
WNQ_m	71,90	85,10	77,20	75,10	64,50	73,40	58,60	46,00	49,40	51,40	58,30	53,00
SNQ_m	32,67	31,95	31,74	36,18	40,24	39,62	31,70	27,55	25,25	26,40	26,36	29,02
NNQ_m	17,50	9,50	12,50	10,20	17,70	23,50	16,50	14,50	13,20	12,50	13,50	15,50
δ	11,983	14,243	14,255	14,329	12,737	10,626	8,011	7,350	7,214	8,722	7,730	8,154
C_v	36,681	44,579	44,917	39,607	31,656	26,821	25,269	26,679	28,567	33,032	29,328	28,098
C_s	1,504	1,810	1,242	0,537	0,236	0,670	0,666	0,569	0,864	0,659	1,404	0,973
Autokorelacja												
$r(1)$	0,329	0,121	0,472	0,279	0,489	0,204	0,239	0,266	0,410	0,247	0,372	0,347
$r(2)$	0,222	–0,040	0,269	0,164	0,113	0,169	0,169	0,256	0,233	0,096	0,265	0,211
$r(3)$	0,286	0,201	0,298	0,163	–0,044	0,064	0,189	0,481	0,302	–0,045	0,341	0,377
Trend												
$a(t)$	0,111	0,183	0,399	0,278	0,249	0,113	0,065	0,107	0,121	0,032	0,113	0,117
$R(t, NQ_m)$	0,135	0,187	0,408	0,282	0,285	0,155	0,119	0,213	0,245	0,054	0,214	0,209

Warta – WQ_m												
Statystyki	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
WWQ_m	169,00	166,00	371,00	335,00	305,00	246,00	161,00	175,00	387,00	230,00	138,00	179,00
SWQ_m	57,14	71,83	87,35	94,92	115,57	89,99	61,39	57,03	67,53	61,82	45,39	48,96
NWQ_m	24,10	30,70	23,60	19,20	35,00	27,70	26,70	23,60	20,50	16,40	17,50	19,50
δ	32,01	33,12	70,15	63,66	55,71	42,66	26,19	32,63	61,52	52,52	24,68	30,94
C_v	56,02	46,11	80,31	67,06	48,20	47,40	42,67	57,22	91,10	84,95	54,38	63,20
C_s	1,718	0,956	2,069	1,589	1,007	1,336	1,430	1,815	3,352	1,843	1,820	2,124
Autokorelacja												
$r(1)$	0,085	0,171	–0,021	0,151	–0,003	–0,105	–0,012	0,034	–0,002	0,025	0,148	0,263
$r(2)$	0,038	–0,142	–0,192	–0,229	0,377	0,065	0,157	–0,014	0,189	–0,103	–0,126	0,085
$r(3)$	0,007	–0,041	–0,043	–0,306	–0,145	–0,160	0,119	0,358	0,020	0,034	0,111	0,314
Trend												
$a(t)$	0,008	0,060	–0,529	–0,623	–0,460	–0,353	–0,060	0,231	0,358	0,079	0,168	0,053
$R(t, WQ_m)$	0,004	0,026	–0,110	–0,143	–0,120	–0,121	–0,034	0,103	0,085	0,022	0,099	0,025

δ – odchylenie standardowe; C_v – współczynnik zmienności; C_s – współczynnik asymetrii; $r(1)...$ – współczynniki autokorelacji; $a(t)$ – współczynnik kierunkowy trendu; $R(t, Q)$ – współczynnik korelacji trendu; miary istotne (0,05) – podkreślono.

δ – standard deviation; C_v – variability coefficient; C_s – asymmetry coefficient; $r(1)...$ – autocorrelation coefficients; $a(t)$ – coefficient of a trend; $R(t, Q)$ – correlation coefficient of a trend; significant values (0,05) – underlined.

Ekstremalne, miesięczne przepływy charakterystyczne i ich miary statystyczne [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] – Bzura w Soczaczewie (1951–2000)

Extreme, monthly characteristic flows and their statistic measurements [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] – Bzura in Soczaczew (1951–2000)

Bzura – NQ_m												
Statystyki	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
WNQ_m	41,80	52,30	42,40	40,30	54,10	70,00	26,20	14,00	38,20	27,00	32,70	25,10
SNQ_m	15,00	14,19	14,04	15,67	19,10	18,27	10,72	8,26	8,07	8,29	9,50	12,22
NNQ_m	6,33	4,86	3,82	4,64	7,80	7,60	4,12	3,56	3,18	2,50	2,46	5,10
δ	7,476	8,593	7,233	8,819	9,855	10,194	4,897	2,814	4,996	4,675	4,821	4,596
C_v	49,843	60,567	51,522	56,286	51,591	55,805	45,689	34,065	61,934	56,402	50,769	37,599
C_s	1,708	2,561	1,499	1,127	1,754	2,970	1,195	0,285	4,609	2,013	2,386	0,840
Autokorelacja												
$r(1)$	-0,081	-0,086	-0,066	-0,137	0,108	0,098	0,102	0,318	0,145	0,374	0,209	0,074
$r(2)$	0,104	-0,146	-0,274	-0,223	-0,232	0,038	0,182	0,180	0,044	-0,095	0,083	0,079
$r(3)$	0,117	0,051	-0,236	0,093	-0,185	-0,011	0,256	0,259	0,101	0,089	0,128	0,110
Trend												
$a(t)$	-0,160	-0,097	-0,011	-0,026	0,056	0,068	0,040	0,034	0,021	-0,048	0,005	-0,014
$R(t, NQ_m)$	-0,311	-0,164	-0,022	-0,044	0,083	0,097	0,119	0,175	0,060	-0,149	0,016	-0,044

Bzura – WQ_m												
Statystyki	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
WWQ_m	147,00	143,00	353,00	356,00	453,00	220,00	480,00	107,00	257,00	248,00	151,00	100,00
SWQ_m	34,18	45,41	56,37	64,70	90,16	65,66	41,98	25,49	30,60	28,03	21,53	24,50
NWQ_m	11,50	12,40	9,98	11,40	12,80	15,10	7,80	6,19	5,74	4,17	5,70	8,09
δ	30,04	31,70	64,31	62,07	72,50	50,35	68,98	20,77	42,00	44,64	21,25	17,78
C_v	87,89	69,80	114,09	95,93	80,41	76,68	164,32	81,49	137,27	159,29	98,68	72,59
C_s	2,348	1,327	3,103	2,576	2,796	1,620	5,581	2,034	3,923	4,074	4,836	2,555
Autokorelacja												
$r(1)$	-0,174	-0,012	-0,037	0,032	-0,073	-0,029	-0,069	0,012	-0,040	0,075	0,129	0,056
$r(2)$	-0,132	-0,159	-0,183	-0,198	0,242	-0,024	-0,039	-0,029	-0,058	-0,077	-0,043	0,137
$r(3)$	0,005	-0,138	-0,051	-0,161	-0,002	-0,202	0,002	0,066	0,006	0,031	-0,086	0,253
Trend												
$a(t)$	-0,321	-0,137	-0,412	-0,969	-1,016	-0,186	-0,513	0,045	-0,130	-0,322	-0,002	-0,136
$R(t, WQ_m)$	-0,156	-0,063	-0,093	-0,228	-0,204	-0,054	-0,108	0,032	-0,045	-0,105	-0,001	-0,111

δ – odchylenie standardowe; C_v – współczynnik zmienności; C_s – współczynnik asymetrii; $r(1)...$ – współczynniki autokorelacji; $a(t)$ – współczynnik kierunkowy trendu; $R(t, Q)$ – współczynnik korelacji trendu; miary istotne (0,05) – podkreślono.

δ – standard deviation; C_v – variability coefficient; C_s – asymmetry coefficient; $r(1)...$ – autocorrelation coefficients; $a(t)$ – coefficient of a trend; $R(t, Q)$ – correlation coefficient of a trend; significant values (0,05) – underlined.

Ekstremalne, miesięczne przepływy charakterystyczne i ich miary statystyczne [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] – Pilica w Przedborzu (1951–2000)

Extreme, monthly characteristic flows and their statistic measurements [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] – Pilica in Przedbórz (1951–2000)

Pilica – NQ_m												
Statystyki	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
WNQ_m	27,40	29,40	25,70	21,80	26,00	25,70	16,10	15,40	17,40	18,60	21,70	18,60
SNQ_m	10,89	9,86	9,70	10,71	12,59	12,99	9,24	8,32	7,54	8,04	8,59	10,14
NNQ_m	3,35	4,28	3,30	3,50	5,52	6,25	4,25	4,16	3,15	2,55	2,55	4,92
δ	4,92	4,41	4,02	4,81	4,69	3,87	2,88	2,69	3,10	3,93	3,84	3,63
Cv	45,14	44,74	41,44	44,97	37,26	29,82	31,19	32,31	41,17	48,95	44,77	35,83
Cs	1,538	2,295	1,459	0,410	0,562	0,816	0,431	0,815	1,334	0,875	1,137	0,622
Autokorelacja												
r(1)	0,036	0,065	0,158	0,158	<u>0,288</u>	0,113	<u>0,320</u>	0,120	0,096	0,164	0,152	<u>0,222</u>
r(2)	0,240	-0,087	-0,118	-0,053	-0,006	0,241	0,225	0,067	-0,050	0,312	0,213	0,404
r(3)	0,020	0,047	-0,058	0,004	-0,171	-0,018	0,275	0,323	0,074	-0,012	0,086	0,154
Trend												
a(t)	-0,062	-0,055	-0,032	-0,021	-0,001	-0,007	-0,034	-0,042	-0,040	-0,050	-0,022	-0,017
R(t, NQ_m)	-0,183	-0,180	-0,115	-0,065	-0,004	-0,025	-0,172	<u>-0,230</u>	-0,187	-0,187	-0,083	-0,067

Pilica – WQ_m												
Statystyki	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
WWQ_m	74,20	54,50	258,00	153,00	117,00	127,00	77,00	146,00	248,00	172,00	50,50	88,20
SWQ_m	20,60	25,92	32,44	33,28	43,36	34,88	22,46	26,98	33,88	26,53	17,10	19,15
NWQ_m	7,40	8,25	5,23	7,34	9,64	10,70	10,20	6,14	6,20	3,30	5,76	7,28
δ	12,86	11,75	37,93	26,86	24,40	23,35	12,21	25,75	44,00	29,21	10,25	14,31
Cv	62,41	45,33	116,91	80,70	56,27	66,95	54,38	95,44	129,87	110,10	59,95	74,68
Cs	2,330	0,607	4,668	2,450	1,059	2,233	2,292	3,143	3,226	2,976	1,585	2,784
Autokorelacja												
r(1)	-0,095	<u>0,238</u>	-0,063	0,172	<u>0,243</u>	-0,124	0,070	-0,071	0,051	-0,047	0,077	0,152
r(2)	0,140	-0,019	-0,065	-0,111	0,299	0,157	0,086	-0,060	0,145	0,195	0,062	0,133
r(3)	-0,069	-0,213	-0,022	-0,209	0,023	-0,096	-0,196	0,225	0,103	-0,032	0,043	0,063
Trend												
a(t)	-0,211	-0,212	-0,661	-0,557	-0,576	-0,460	-0,072	-0,178	-0,579	-0,157	-0,014	-0,087
R(t, WQ_m)	-0,240	-0,263	-0,254	-0,302	<u>-0,344</u>	<u>-0,287</u>	-0,086	-0,101	-0,192	-0,078	-0,020	-0,088

δ – odchylenie standardowe; Cv – współczynnik zmienności; Cs – współczynnik asymetrii; r(1)... – współczynniki autokorelacji; a(t) – współczynnik kierunkowy trendu; R(t, Q) – współczynnik korelacji trendu; miary istotne (0,05) – podkreślono.

δ – standard deviation; Cv – variability coefficient; Cs – asymmetry coefficient; r(1)... – autocorrelation coefficients; a(t) – coefficient of a trend; R(t, Q) – correlation coefficient of a trend; significant values (0,05) – underlined.